UNIVERSIDAD DE SANTO DOMINGO

¿ESTA EN CRISIS LA MATEMATICA?

por el

Prof. FRANCISCO VERA

Catedrático de la Universidad de Santo Domingo.
Secretario perpetuo de la Asociación Nacional
de Historiadores de la Ciencia Española.

Ciudad Trujillo, R. D.
Imprenta "Listín Diario"
1940

Para D. Julio Ortega Frier, sin adjetivos encomiásticos porque los merece todos.

[illegible]

Ciudad Trujillo - 10-IX-40

¿Está en crisis la Matemática?

Si estudiamos la evolución del pensamiento matemático a través de los siglos, observaremos dos tendencias distintas. Grecia, que inaugura la construcción racional de la Matemática, realiza la síntesis de la cantidad y de la figura en el pitagorismo, heredero de los métodos de la Escuela de Jonia, e inmediatamente aparece la primera crisis con el descubrimiento del número irracional al generalizarse el teorema de Pitágoras, que fué la piedra de escándalo de la Matemática griega.

El equilibrio dogmático en que se había encerrado el pitagorismo quedó roto, pero se conjuró la catástrofe ampliando la noción de número de modo que hubiese una perfecta conexión entre los nuevos entes y las magnitudes geométricas y fueran éstas susceptibles de ser estudiadas cuantitativamente.

Zenón inicia el nuevo ataque. Desarrollando las doctrinas de Parménides, el jefe de la Escuela eleática descubre que el punto vulnerable del pitagorismo radica en la interpretación del cuerpo geométrico como pluralidad, y con sus famosas paradojas hace despertar el espíritu crítico de los matemáticos llamando la atención sobre las cuestiones en que interviene el concepto de infinito y, al sustituir la doctrina geométrica de la pluralidad por la doctrina abstracta de la unidad, le da un significado simbólico de tendencia idealista que culmina después en Platón.

La rama geométrica adquiere más tarde un grado de madurez insospechado con los *Elementos* de Euclides cuyo pensamiento fundamental es el fondo de la razón humana y proyecta su influencia hasta Kant, que construye la arquitectónica de la razón sobre el molde del geómetra alejandrino.

Pero la Matemática griega llevaba en sí el fermento de su propia decadencia: la imaginación visual y la hipertrofia del sentido estético, y cuando cae verticalmente —ya en la época helenística— aparece la Aritmética india, cuyos son los destellos de una nueva ciencia: el Algebra creada después por los árabes como concepción sintética de la Matemática, preocupada exclusivamente del método constructivo que, en manos de Vieta, alcanza una sistematización de doble carácter. Por una parte sus fórmulas literales implican reglas fijas aplicables a una infinidad de cuestiones, y por otra, descubre una analogía de estructura entre los resultados de problemas diferentes, de tal modo que, al no efectuar operaciones y dejarlas indicadas solamente, permite captar de una manera inmediata las conexiones entre una fórmula y los procedimientos a que se aplica. La difusión del Algebra produce una verdadera revolución que exalta la facultad creadora de los matemáticos; pero la inevitable ley biológica de la acción y de la reacción produjo una nueva crisis. La síntesis algebraico-lógica a que quedaba reducida la Matemática ideal era inaplicable en Física; la selección de conceptos se antepuso a las necesidades de la demostración, y, cuando, creado el Cálculo infinitesimal, como consecuencia del parto mellizo de Newton y Leibnitz, se abandona la concepción sintética, desaparece la unidad armoniosa que Euclides había dado a la Geometría y Descartes al Algebra, a pesar de la semejanza del concepto griego y del de los algebristas sintéticos, en cuanto ambos suponen la unidad entre los objetivos matemáticos y los métodos para alcanzarlos.

Sin embargo, el pensamiento de Descartes se prolonga hasta la primera mitad del siglo XVIII en que empieza a ser sustituído por el de Newton. Los matemáticos se esfuerzan entonces por encontrar la justificación metafísica del Cálculo infinitesimal y no sólo fracasan, sino que fundan el Análisis sobre la noción intuitiva de continuidad espacial que Poncelet tuvo la audacia de sustituir por la discontinuidad real de ciertas imágenes, ampliando así la Geometría Descriptiva de Monge; pero los ataques de Cauchy que considera sólo como una fuerte inducción el principio de Poncelet, dan origen a una polémica entre el Análisis y la nueva Geometría Proyectiva de la que sale triunfante aquél renovando el concepto filosófico de continuidad e introduciendo el rigor en la Matemática.

Paralelamente, y luego de un período de extraordinaria fecundidad, disminuye el rendimiento de la máquina algebráica y cuando alborea el siglo XIX se advierte que el aparato demostrativo debe satisfacer a ciertas condiciones; pero como los hechos matemáticos parecen depender de condiciones distintas de las de la demostración, geómetras y analistas se dejan apoderar de una inquietud que cristaliza en una crisis del infinito, punto neurálgico de la Matemática moderna.

El fracaso de las especulaciones sobre el infinito actual y la aritmetización del Análisis opusieron el estudio del infinito a los métodos sintéticos del Algebra, creando dos disciplinas irreductibles al parecer: la Matemática de lo finito y la del infinito, la de lo numerable y la del contínuo, que corresponden a las condiciones históricas de la evolución del pensamiento matemático.

A conjurar la crisis acudió Cantor con su teoría de conjuntos que creó en tres etapas:

a) 1873-1878. Descubrimiento y distinción de dos potencias: la del conjunto de los números enteros y la del conjunto de los números reales, conjuntos ambos de números —o de puntos— no abstractos, sino con ganga intuitiva que cubre los nuevos métodos, subordinados al Análisis, y que pretenden sacar a Bolzano del callejón sin salida a que le había conducido la aplicación —*Abbildung*— de un conjunto a otro cuando, estableciendo una correspondencia biunívoca entre los elementos de ambos, confundió el todo con la parte. Con la creación cantoriana quedaba incorporado a la Matemática un nuevo infinito que permitía demostrar *positivamente* que hay números mayores que *todos* los números enteros.

b) 1878-1882. Exploración del continuo mediante el número irracional a partir de los trabajos de Weierstrass. Colocado en el punto de vista genético, el concepto del número resulta de un proceso de abstracción aplicado a una colectividad, pero distinguiendo los elementos que pueden pertenecer a dos especies distintas y su conjunto —*Anzahl*— finito o infinito.

c) 1882-1890. Sistematización de la teoría. En este período Dedekind construye el número irracional por el procedimiento de las cortaduras siguiendo las huellas de Schroder, Kronecker y Helmholtz —que debían continuar Frege y Peano— a fin de reducir la Matemática a la Lógica, y responde al título de su célebre obra *Was sind und was sollen die Zahlen?* diciendo que los números son "libres creaciones del espíritu humano que sirven para captar la diversidad de las cosas con más facilidad y precisión". Cantor reconoce que para que la potencia de un conjunto infinito sea realmente un número hay que descubrir el paso de lo numerable al contínuo; se lanza en el infinito *actual* y crea los números ordinales transfinitos que cierran con broche de oro su teoría.

El éxito fué tan justo como fulminante por los nuevos recursos que quedaban incorporados a la Matemática. En 1873, apenas Cantor había demostrado que el conjunto de los números algebráicos es numerable, Weierstrass utiliza esta propiedad para ampliar un teorema sobre las funciones de variables reales que Kossak somete después a un análisis profundo; en 1884, Poincaré estudia las funciones automorfas de Mittag-Leffler sobre la posibilidad de construir funciones con singularidades dadas; en 1891, Veronese investiga los fundamentos de la Geometría de varias dimensiones; en 1896, Couturat da nuevo impulso a la Logística, y termina el siglo XIX con los trabajos de Borel y Baire sobre integraciones. A pesar de la hostilidad de Kronecker, triunfa el cantorianismo.

Todas las ramas de la Matemática se orientan en la dirección de la teoría de conjuntos que es adoptada incluso en los tratados elementales para explicar la idea de número de un modo riguroso, y queda fundado un nuevo sistema de conceptos generales y abstractos de tal envergadura que, según

Denjoy, constituyen la mayor revolución que registra la historia de la Matemática después de la creación del Cálculo infinitesimal.

Las bases del edificio cantoriano parecían inconmovibles y todos los matemáticos se aprestaban a agregarle nuevas contribuciones, cuando en 1897 Burali-Forti publica su famosa antinomia que hirió los fundamentos de la teoría.

Recordando que los números ordinales de Cantor se suceden según una ley determinada y que todo conjunto bien ordenado es semejante al de todos sus segmentos, pero no a ningún de éstos, Burali-Forti considera el conjunto de todos los números ordinales cantorianos. Este conjunto no existe porque si existiera sería bien ordenado y tendría un tipo de orden que es un elemento del conjunto considerado, y como el conjunto de todos los números ordinales inferiores a dicho tipo es un segmento de aquel conjunto, resultaría semejante a uno de sus elementos, lo cual es absurdo.

Poco tiempo después, en 1903, Russell presenta otra antinomía cuya conclusión es más dramática que la anterior. Llamando conjunto de *primera clase* al que difiere de cada uno de sus elementos y de *segunda clase* al que no difiere de aquél, resulta que un conjunto de segunda clase contiene siempre entre sus elementos un conjunto de segunda clase también y, por tanto, un conjunto de conjuntos de primera clase es también un conjunto de primera clase. Establecido esto, Russell considera el conjunto de todos los conjuntos de primera clase y demuestra que este conjunto no existe porque si existiera tendría que ser de primera clase, es decir: diferente de cada uno de sus elementos, y como, por otra parte, debe contener a todos los conjuntos de primera clase, se contendría a sí mismo en particular, conclusión absurda de la que se sigue que un conjunto de elementos puede no existir aunque existan estos elementos.

Dos años más tarde, en 1905, Richard demostró que todos los números definidos por medio de un número finito de palabras forman un conjunto numerable, y sin embargo se puede formar un número que no pertenezca a este conjunto.

Estas tres paradojas, que abrían una honda brecha en la creación cantoriana, demostraron la necesidad de someter la teoría a una profunda revisión. La antinomia de Burali-

Forti postulaba implícitamente la existencia de todos los números ordinales de Cantor y como sólo dependía de las relaciones de orden de un conjunto, las cuales se transmiten a todo conjunto equivalente, se concluyó que un conjunto no existe si es equivalente al conjunto de Burali-Forti, y, en general, que un conjunto no existe si contiene un subconjunto equivalente al de Burali-Forti; la de Russell exigía precisar el concepto de *clase* y admitir que todo conjunto contiene, al menos, una parte que no es elemento de él; la de Richard conducía a un círculo vicioso, y las tres contenían los conceptos de existencia y de orden —que no estaban bien definidos—y la palabra *todos*, una de las más peligrosas en Matemática por ser un semillero de antinomias.

Toda frase en la que entre la palabra *todos* hay que usarla con precaución. Si suponemos, por ejemplo, que en una aldea sólo hay un barbero y que este único barbero afeita a *todos* los hombres de la aldea que no se afeitan a sí mismos, salta la paradoja en cuanto se haga esta ingenua pregunta: ¿Se afeita el barbero a sí mismo?.

Más difícil de resolver es el problema que concierne al concepto de existencia. Poincaré ha insistido en que la palabra *existencia* sólo puede tener en Matemática el sentido de "exento de contradicción"; pero convendría precisar, en cada caso particular, cuál es el campo o dominio —el *Denkbereich* de Koenig—en cuyo interior puede moverse nuestro pensamiento con absoluta libertad, porque si las formas lógicas fundamentales se consideran inconmovibles, los axiomas y postulados, en cambio, varían prodigiosamente y al lado de los que se especifiquen de una manera explícita se pueden deslizar otros que escapen a nuestro control lógico. Por tanto, hay que limitar el camino que puede recorrer nuestro pensamiento, lo cual no es fácil. Si consideramos con Koenig el conjunto de todas las cosas —*Dinge*, como objeto de nuestro pensamiento—y admitimos que los conjuntos russellianos de primera clase forman parte de las cosas, llegamos a una antinomia análoga a la del matemático inglés, que quedará explicada si, restringiendo el campo de nuestro pensamiento, no hacemos intervenir las propiedades características de estos conjuntos.

El tercer punto vulnerable de la teoría era el concepto de orden que hubo que precisar distinguiendo entre conjuntos ordenados y conjuntos bien ordenados, lo que constituye la obra capital de Zermelo destinada a conjurar la crisis de 1905.

Antes que él, Bolzano había establecido un criterio del buen orden que le permitía justificar las definiciones por recurrencia, ya que los criterios anteriores se apoyaban en el principio *de elección*, considerado como fundamental para el estudio abstracto del transfinito y cuya primera idea se encontraba ya en los trabajos publicados por Peano en 1890 sobre las ecuaciones diferenciales; pero, como ha advertido Fraenkel, no se puede aplicar una infinidad de veces una ley arbitraria que haga corresponder a una cierta clase un individuo de la misma clase, y poco después, en 1902, Beppo Levi anunció el mismo principio separándolo de una demostración del teorema de Berstein.

Dos años más tarde, Zermelo —por sugestión de Erhard Schmid— lo toma como punto de partida y piedra angular de su teorema, que afirma que todo conjunto puede ser bien ordenado, y Cantor corrige su definición, diciendo que "un conjunto es bien ordenado si cada uno de sus subconjuntos tiene un primer elemento", lo que provocó nuevas discusiones fundadas en que si para ordenar bien un conjunto basta coger arbitrariamente un elemento al que se da el nombre de *primero*, luego otro al que llamamos *segundo*, y así sucesivamente *transfinitamente*, el razonamiento supone el buen orden dado en el conjunto que se considera, y se cae en un círculo vicioso.

Zermelo sostuvo entonces que el problema no consistía en dar el procedimiento para ordenar bien un conjunto, sino en demostrar que todo conjunto podía ser bien ordenado, para lo cual utilizaba la teoría de Dedekind sustituyendo la construcción transfinita por una determinación abstracta de la ordenación.

Mientras Zermelo se dedicaba a estas investigaciones, apareció la antinomia de Richard, y Von Neumann inició una axiomatización fundada en el carácter irreductiblemente no categórico de todo sistema de axiomas que quiera conservar la esencia de la doctrina cantoriana.

Ante los nuevos problemas planteados, Zermelo se dedicó, en 1907, a la tarea de sistematizar los resultados conseguidos hasta entonces. Demostró que la teoría de conjuntos finitos no se podía fundar sin el axioma de elección y, siguiendo el modelo de la *Geometría* de Hilbert, enunció siete axiomas. El I define la relación de igualdad y es, por tanto, una afirmación de existencia; el II admite como conjuntos el conjunto vacío —a fin de suprimir restricciones en los razonamientos— y los conjuntos formadas por uno y dos elementos; el III dice así: "Si una proposición está *definida* para todos los elementos de un conjunto, éste posee siempre una parte constituída por aquellos de sus elementos para los cuales es verdadera la proposición"; entendiendo que una proposición está *definida* cuando se puede establecer su validez por medio de las leyes lógicas universales; los IV y V admiten, respectivamente, la existencia del conjunto-de-las-partes-de-un-conjunto y del conjunto-reunión formado por los elementos de los elementos de un conjunto; el VI garantiza que el producto no es vacío cuando alguno de sus factores no es vacío, y, finalmente, el VII admite la existencia del conjunto infinito incluyendo el conjunto cero.

Con este sistema de axiomas quedaba apuntalada la teoría, y, en particular, se eliminaba la antinomia de Russell puesto que, en virtud del axioma III —llamado *de separación*— todo conjunto contiene, al menos, una parte que no es elemento suyo; pero seguía en pie el problema del buen orden y el de los números ordinales que no se podían resolver con el sistema zermeliano de axiomas cuya independencia y no-contradicción estaban mal establecidas, e incluso el axioma de separación se prestaba a la crítica porque dejaba abierta la puerta a las antinomias de tipo epistemiológico como la de Richard.

El Análisis funcional, creado en 1909 por Fréchet, acude en socorro de la teoría de conjuntos mediante una clasificación que pone de manifiesto la unidad de la Matemática y acota el campo del axioma de *elección*: el VI de Zermelo. Simultáneamente, nacen la Topología combinatoria y el Algebra abstracta, la primera de las cuales permite pasar de la Aritmética a la Geometría y estudiar de una manera profunda las propiedades de las figuras que sólo dependen del orden de sus elementos. El Algebra abstracta, por su parte, se ocupa especialmente de las relaciones formales y del campo de validez de las teorías.

La de conjuntos, en tanto, llega a un punto muerto, del que la saca Fraenkel transformando las nociones fundamentales de Axiomática y, por consiguiente, el enunciado de los axiomas, y demostrando la independencia de éstos.

Completada así la obra zemeliana —con la excepción de los números ordinales transfinitos— los nuevos trabajos de Von Neumann, que continuaba la labor encentada en 1905, abrieron perspectivas inéditas. El principal mérito de Von Neumann consiste en haber puesto de manifiesto lo que estaba latente en Cantor: que sólo hay una categoría de números, los ordinales, y que el carácter numérico está ligado a las propiedades del acto de contar, de donde nace directamente el concepto del buen orden, cuya teoría dió origen a una nueva orientación de la Aritmética transfinita, a la que no fué ajena la actitud de lo que se ha llamado el *fisicalismo* de la Escuela de Viena que opone el empirismo científico a la especulación filosófica.

La teoría del buen orden llega a la conclusión de que éste es anterior a la numerabilidad y de que no hay ningún conjunto matemático— excepto la sucesión de números enteros— que proporcione un ejemplo de buen orden.

La guerra europea de 1914-1918, que paralizó todas las actividades científicas, detuvo también la marcha de la teoría de conjuntos, y solo hay un matemático, que sepamos nosotros— el profesor D. Marimanoff— que en 1917 volvió a ocuparse del problema fundamental de la teoría.

Su creador, en tanto, el genial Jorge Cantor, cuya obra ha sido, acaso, la más discutida y accidentada de la historia de la Matemática, estaba recluído en un sanatorio psiquiátrico de Halle, donde murió el 6 de enero de 1918 víctima de su propio lema: "La esencia de la Matemática radica en su libertad", pero con la satisfacción— y también con la amargura— de haber visto incorporados a la Ciencia los capítulos fundamentales de su doctrina, hoy clásicos; y cuando en 1919 empieza la investigación a volver sobre sus fueros y los matemáticos se cree ya a cubierto de todo peligro, lo mismo en Aritmética que en Geometría, Weyl lanza un nuevo grito de alarma con su obra *Raum Zeit, Materie*, grito que repite con la angustia de un S. O. S. en 1921 desde la *Mathematische Zeitschrift* de Berlín, y de la que se hace eco Brouwer tres años después en otra revista de igual prestigio: la *Jahresbericht der Deutschen Mathematik Vereingung*, de Leipzig.

La inquietud de estos dos paladines del intuicionismo matemático actual tiene nuevos aspectos en 1928, fecha en que explica sus lecciones sobre los números transfinitos el Presidente de la Academia de Ciencias de Polonia, Prof. Sierpinski, alma de los *Fundamenta Mathematicae* de Varsovia, cuya suerte ignoramos en este momento, pese a la amistad personal con que honra al autor de estas líneas; en 1929, Baer estudia la axiomatización de la Aritmética y Schoenflies analiza la nueva crisis del cantorianismo; en 1930, Lusin somete a otra revisión el contínuo y el ultracontínuo y Herbrand publica poco antes de morir en un accidente de alpinismo su teoría de la demostración; en 1931, Carnap considera la epistemiología como análisis lógico de la teoría del conocimiento y desde su cátedra de Praga lanza trenos contra la Matemática extralógica; en 1932, Heyting y Kolmogoroff sostienen que la nueva lógica es la lógica de los problemas; en 1933, Cartan redacta su testamento científico a base de los espacios métricos fundados en la noción de área y Godeaux profundiza en la nueva Geometría algebráica; en 1934, Renaud estudia la estructura del pensamiento lógico y de la Matemática sosteniendo el carácter tautológico de ambos desde la *Erkenntnis*, revista única en el mundo —y que dirigía con Carnap desde su fundación,— dedicada a defender la unidad de la Ciencia; en 1935, Neurath, implacable antimetafísico, defiende el empirismo matemático, Bouligand establece un nuevo concepto de dimensión y da conocer lo que él llama *dominios de causalidad*, Warrain confiere al infinito matemático un grado de objetividad que abre el diafragma de insospechadas posibilidades y el Congreso Internacional de Filosofía científica celebrado en la Sorbona dedica varias sesiones a la Matemática, y a principios de 1936 Ore aporta notables contribuciones al Algebra abstracta.

A partir de julio de 1936, fecha en que comienza la guerra de España, el autor de este artículo se encontró casi desconectado del mundo. Sin revistas e interrumpida su correspondencia científica, pudo no obstante leer la notable tesis doctoral de Cavaillés, publicada en 1937, sobre el método axiomático, el formalismo y la no-contradicción en Aritmética, así como los trabajos presentados al Congreso de Ginebra, gracias a la bondad de amigos particulares, y, por último, durante su destierro en Francia, en 1939, conoció la Logística de Reichenbach y la estructura dialéctica de Lautmann, que acababan de publicar el resultado de sus investigaciones.

La nueva guerra que, a partir de septiembre de 1939, está destruyendo a Europa, ha abierto un paréntesis en la actividad matemática. Los jóvenes están movilizados y los viejos apenas publican nada en las revistas, que es donde hay que buscar la ciencia viva y no en los libros que recogen las doctrinas ya maduras y en camino de fosilizarse.

Todos los trabajos citados tienden a conjurar la crisis denunciada por Weyl y Brouwer y que, al cabo de veinte años, sigue sin resolverse. Es posible que se trate de una crisis de crecimiento, y que, al final, resurja la Matemática con nuevos bríos.

Esta crisis está caracterizada especialmente por el fracaso del principio del tercero excluído, *el tertium non datur* de los lógicos, que no es válido en los casos en que hay que deducir una proposición tal que, al enunciarla, nos vemos obligados a afirmar la contradictoria, y si suponemos ésta verdadera, tenemos que afirmar aquélla.

Recordemos, en efecto, el ejemplo, ya clásico, de las palabras predicables e impredicables. Como se sabe, son predicables las palabras que expresan una noción que le es aplicable e impredicables las palabras que no gozan de esta propiedad. Parece, por consiguiente, que tenemos derecho a decir que toda palabra es predicable o impredicable; pero si nos fijamos en la palabra *impredicable* resulta que no es impredicable porque si lo fuera designaría una cualidad que posee y sería predicable, ni tampoco es predicable porque en este caso sería forzoso que fuera impredicable.

Para salir de este círculo vicioso hay que modificar nuestras deficiones declarándolas sólo válidas para las palabras tales que, al aplicarles dichas definiciones, no impliquen contradicción.

Esto puede hacerse en los conjuntos finitos, como el de las palabras de un idioma; pero no se ha encontrado todavía el método para ampliarlo a los conjuntos infinitos.

La falsedad de una proposición matemática se ha revelado siempre por una contradicción, y por tanto, lo verdadero se define por la no-contradicción. Ahora bien, cuando se intenta demostrar la no-contradicción de una tesoría matemática hay que emplear medios que superan a los de la propia teoría, y de los trabajos de Goedel se deduce que toda demostración *metamatemática* de la Matemática tiene que utilizar recursos transfinitos, en cuyo caso el problema pierde todo su interés lógico, a menos de considerar, con Gentzen, que estos recursos son más seguros que la teoría cuya verdad se quiere garantizar, porque entonces tendría sentido el problema de la no-contradicción aunque ignoremos los medios matemáticos para resolverlo.

Desde 1929, fecha de los trabajos de Goedel, hasta hoy, la Matemática se encuentra en un período crítico caracterizado por las luchas de finitistas e infinitistas, formalistas e intuicionistas, sin haber llegado a un acuerdo sobre la reconstrucción de la Matemática de una manera positiva mediante una axiomatización rigurosa o de una manera negativa mediante el intuicionismo; pero, tanto en un caso como en otro, el problema de la teoría de conjuntos asume la categoría de problema central de Matemática.

No terminaremos estas notas —que no pretenden tener más que un valor informativo— sin recomendar a quienes se interesen por la cuestión la lectura de los siguientes trabajos que son la base para un estudio profundo de los fundamentos de la Matemática. La lista que sigue sólo es un modesto ensayo de bibliografía de la teoría de conjuntos, desde los trabajos que precedieron inmediatamente a Cantor hasta hoy. El autor lamenta que las circunstancias en que ha vivido durante los cuatro últimos años no le hayan permitido completar los datos que se refieren al período 1936-1940; pero confía en que otros colegas, más afortunados, se sirvan comunicárselos, por lo que les anticipa las gracias más sinceras.

He aquí las papeletas reunidas y consultadas:

Ackermann (W): Begrundung des "tertium non datur" mittels der Hilbertschen Theorie der Widerspruchsfeiheit. Mathematische Annalen, tomo XCIII, 1924, págs. 1–36.

Zum Hilbertschen Aufbau der reellen Zahlen, ibidem, t. XCIX, 1928, págs. 118-125.

Ueber die Erfuellbarkeit gewisser Zaeklausdruecke, ib., t. C., 1928, págs. 638-639.

Untersuchungen ueber das Eliminationsproblem der Mathematischen Logik, ib. t. CX, 1934, págs. 390-413.

Actes du Congres international de philosophie scientifique: Fasc. V, Logique et experience; fac. VI, Philosophie des Mathématiques, París, Hermann, 1936.

Appert (A) Propriétés des espaces abstraits les plus géneraux, París, 1934.

Azal: Le discontinu dans la Philosophie et les Sciences, París, Gauthier-Villars, 1923.

Baer (R.): Zur Axiomatik der Kardinalzahlarithmetik, Math. Zeitschr., t. XXIX, 1929.

Baire (René): Lecons sur les fonctions discontinues, redactadas por A. Denjoy, París, 1905.

Baldus (R): Ueber Hilberts Vollstaendigkeitsaxiom, Math. Ann., t. C, 1928, págs. 321-333.

Banach (S): Théorie des opérations linéaires, Varsovia, 1933.

Bazin (M): Sur la crise des Mathématiques, L'Enseignement mathématique, tomo XXXIV, fasc. 1, 1935.

Bazin-Errera: Sur la logique de M. Brouwer, Bull. Acad. Sces. Belg., 1917, págs. 56-71.

Becker (O): Die diaretische Erzeugung der platonischen Idealzahlen, Quellen und Studient zur Geschichte der Mathematik, Bd., I, págs. 464 y ss.

Bendixon: Quelques théoremes de la théorie des ensembles de points, Acta Mathematica, tomo II, 1883, pág. 414.

Bernays (P): Sur le platonisme dans les Mathématiques, y Quelques points essentiales de la Métamathématique, L'Enseig. math., t. XXXIV, 1935, págs. 52-69 y 70-95, respectivamente.

Berstein (F): Ueber die Reihe der transfiniten Ordnungszahlen, y Ueber den Beweis der Wohlordnung, Math. Ann., t. LX, 1905, págs. 187–193 y 463-480 respectivamente.

Untersuchungen aus der Mengenlehre, Math. Ann., t.

LXI, 1905, págs. 117-165. Reproducción de la Inaugural Dissertation Goettingen, 1901.

Bloch (A): Les fonctions holomorphes et méromorphes dans le cercle-unité, facs. XX del "Memorial des sciences mathématiques". Paris, Gauthier-Villars, 1926.

Blumenthal (O): Principes de la théorie des fonctions entieres du genre infini, París, 1910.

Bois-Reymond (P. du): Bemerkungen ueber die verschiedenen werthe welche eine Fonction zweier reellen Variabeln erhaelt, wennmann diese Variabeln entweder nacheinander oder Gewissen Beziehungen gemaess gleichzeitg verschwinden laesst, Journal fuer die reine und angewandte Mathematik. t. LXX, 1868, págs. 10-45.

Théoreme général concernant la grandeur relative des infinis des fonctions et leurs derivées, ib. t. LXXIV, 1871.

Sur les infinis des fonctions. Annali di Matematica, t, IV, 1871.

Neue Theorie der Convergenz und Divergenz und Divergenz von Reihen mit positiven Gliedern, Journ. f.r.u.angew. Math., t. LXXVI, 1872, pág. 60.

Ueber die sprungweise Werthveraenderungen analytischer Functionen, Math. Ann. t. VII, 1873, pág. 241.

Ueber die Darstellung stetiger Functionen durch trigonometrischen Reihen, Goetting Nachrichten, t. I., 1873, pág. 572.

Ueber asymptotische Werthe, Infinitaere Approximationen und infinitaere Aufloesung von Gleichungen, Math. Ann., t. VIII, 1874, pág 362.

Beweis dass die Coefficienten dar trigonometrischen Reihen, Abhanlungen der bayer. Akademie Math. Nat. Wissenschaften Kl. t. XII, 1875, págs. 117-167.

Untersuchungen ueber die Convergenz und Divergenz der Fourierschen Darstellungsformel, Ibid., t. XIII, 1876, pág. 1.

Zwei Saetze ueber Grenzwerthe von Functionen zweier Veraenderlichen, Math. Ann., t. XI, 1877.

Ueber die Paradoxen des Infiniticaercalculs, Ibid., t. XII, 1878, págs. 498-501.

Allgemeine Funktionen Theorie, Tubinga, 1882.

Ueber Integration und Differentiation Infinitaere Relationen, Math. Ann., t. XIV, 1880. págs. 498-501.

Bolzano (B): Rein analytischer Beweis des Lehrsatzes: dass zwischen je zwei Werthen, die ein entgegengesetzes Resultat gewaehren, wenigstens eine reelle Wurzel der Dleichung liege, Abhdl. d. Kgl. Ges. der Wiss., Praga, 1917, reproducido por Ph. E. Jourdain en los Ostwalds Klassiker, Leipzig, Engelmann, 1905.

Paradoxien des Unendlichen, pub. por F. Prihonsky, Leipzig, 1851; segunda edición, Berlin, 1899; terc. ed. 1920.

Allgemeine Saetze ueber Raume, publ. también por Prihonsky, Berlin, Mayer y Mueller, 1899.

Borel (E.): A propos d'un théoreme de M. Zermelo, Math. Ann., t. LX, 1905.

Lecons sur la théorie des fonctions, París, Gauthier-Villars, 1898; tercera ed., muy ampliada, 1928.

Lecon sur les fonctions entiéres, Ibid., 1900; seg. ed. 1920.

Lecons sur les séries á termes positives, recogidas y adaptadas por R. d'Adhémar, Ibid., 1902.

Contribution á l'analyse du cont nu, Journal de Mathématiques, tomo V, 1903, pág. 329.

Lecons sur la théorie de la croissance, redactadas por A. Denjoy, París, 1910.

Bouligand (G): Le finitisme et son efficacité dans la recherche mathématique, Revue Scientique, t. LXVI, 1928, pág. 585.

La causalité des théories mathématiques, París, 1934.

Structure des théories. Problemes infinis, París, Hermann, 1937.

Brunschvicg (L): Les étapes de la philosophie mathématique, París, 1908; seg. ed., 1912; terc. 1929.

Burali-Forti (C): Una questione sui numeri transfiniti, Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, t. XI, 1897, pág. 154.

Burchardt (J. J.): Zur Neubegruendung der Mengenlehre. Folge, Jber. Deutsch. Math. Verein, t. XLIX, 1939, págs. 146-155.

Cantor (G): Ueber einen die trigonometrische Reihen betreffenden Lehrsatz, y Beweis dass eine fuer jeden reellen Wert von x durch eine trigonometrische Reihe gegebene Funktion f (x) sich nur auf eine einzige Weise in diesen Form darstellen lesst, Jour. f. r. u. angew. Math., t. LXXII, 1870, págs. 130-138 y 139-142 respectivamente.

Notiz zu dem aufsaetze: Beweis dass eine.. Ibid., t. LXIII, 1871, págs. 292-294.

Ueber trigonometrische Reihen, Math. Ann., t. IV, 1871, págs. 139-143.

Ueber die Ausdehnung eines Saetzes aus der Theorie der trigonometrische Reihen, Ibid. t. V. 1872. págs. 123-132.

Ueber eine Eigenschaft des Inbegriffs aller reellen algebraischen Zahlen, Jour. f. r. u. angew. Math., t. LXXVII, 1874. págs. 258–263.

Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre, Ibid. t. LXXXIV 1877, pág. 242.

Ueber eine Saetz aus der Theorie der stetigen Mannigfaltigkeiter, Goetting. Nachrichten. 1879. págs. 127-125.

Bermenkungen ueber trigonometrische Reihen, Math. Ann., t. XVI. 1880. págs. 113-115.

Ueber ein neues u. allgemeines Kondensationsprincip der Singularitaten von Funktionen, Ibid., t. XIX, 1882. págs. 588–594.

Ueber unendliche lineare Punkmanning faltigkteim, Leipzig. Teubner, 1883. Esta obra recoge las cinco memorias que, sobre el tema, había publicado en los Mathematische Annalen: I, tomo XV. 1870. págs. 1-18; II. t. XVII, 1880, págs. 355-359; III; t. XX. 1882, pág. 183; IV y V. t. XXI. 1883. págs. 51-60 y 545-586, respectivamente.

De la puissance des ensembles parfaits de points, Acta Mathematica. t. IV. 1884. págs. 381-392.

Zum Problem des aktualen unendlichen, Zeitschr. f. Philos. u. phil. Kritik. t. LXXXVIII. 1885. págs. 224-233.

Ueber verschiedene Theoreme aus der Theorie der Punktmenger in einen n-fach ausgedehnten stetingen Raume Gn. Acta Math., t. VII. 1885. págs. 105-124.

Ueber die verschiedenen Ansichten in Bezug auf die aktual unendliche Zahlen, Stockholm Bihang till kongl. svenska Vetenskaps Akad. Handlingar t. XI. 1886.

Mittelungen zur Lehre von Transfiniten, I y II. Zeitschr f. Philos. u. phil. Kritik, t XCI. 1887. págs. 81-125 y 252–270, respectivamente y t. XCII. 1888, págs. 240-265.

Ueber eine elementare Frage der Mannigfaltigkeitslehre, Jahesber. d. deutsch. Math. Verein., t. I. 1892.

Sui numeri transfiniti, extracto de una carta de Cantor a G. Vivanti. Rivista di Matematica. t. V., 1895. págs. 104-108

Lettera di Georg Cantor a G. Peano, Ibid. págs. 108-109.

Beitrage sur Begruendung der transfiniten mengenlehre, Math. Ann. t. XLVI. págs. 481-512; t. XLIX. 1897. págs. 343–347. Está traducida al francés por Marotte que la publicó en las "Memorias" de la Sociedad de ciencias físicas y naturales de Burdeos, t. III, 1899. págs. 343-437. Hay también una traducción inglesa de Ph. E. B. Jourdain: Contributions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers, Chicago, 1915.

Bemerkung mit Bezugauf dem Aufsatz: zur Weirestrass-Cantorschen Theorie der Irrationalenzahlen, Math. Ann., t. XXXIII. 1889, pág. 476.

Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts mit erlanternden, Anmerkungen, sowie mit Ergaenzungen aus dem Briefwechsel Cantor-Dedekind, herausgegeben von E. Zermelo, nebst einem Lebenslauf Cantor's von A. Fraenkel, Berlin, 1932.

Carnap (R): L'ancienne et la nouvelle Logique, trad. francesa del General Vouillemin, París, Hermann, 1933.

Le probléme de la logique de la science. Science formelle et science du reel, Ibid. 1935.

Cartan (E): La théorie des groupes et l'analyse situs, fasc. XLII del "Mem. des sc. math." París, Gauthier-Villars, 1930.

Cavaillés (J): Méthode axiomatique et formalisme, París, 1937.

Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles, París, 1937.

Sur la deuxiéme définition des ensembles finis donnée par Dedekind, Fund. Math., t. XIX, 1932.

Conteson (L. de): La certitude mathématique, París, Alcan, 1914.

Cauturat (L): De l'infini mathématique, París, 1896.

L'algébre de la Logique, París, Gauthier-Vilars, 1905.

Les principes des Mathématiques, París, Alcan, 1905.

Cunha (Pedro Jose da): Reflexoes sobre a teoria dos conjuntos, Jornal de Sciencias matem. fis. e naturais, serie III. n, 10., Lisboa, 1922.

Chaslin (P): Essai sur le mécanisme psychologique des operations de la Mathématique pure, París, 1904.

Dantzig (Tobias): Le nombre. Langage de la Science, trad. francesa de J. Cros, París, Payot, 1931.

Dassen (C): Metafisica de los conceptos matemáticos fundamentales y del análisis llamado infinitesimal, Buenos Aires, 1901.

Dedekind (R): Was sind und was sollen die Zahlen? Braunschweig, Vieweg u. Sohn, 1887; tercera ed., 1911.

Stetigkeit und irrationale Zahlen, Ib. 1888.

Gesammelte mathematische Werke, ed. de R. Fricke, E. Noether y O. Ore; tres tomos, Ibid., 1931.

Denjoy (A): Introduction á la théorie des fonctions. París, 1937.

Aspects actuels de la pensée mathématique. París, 1938.

Eklund (H): Ueber Menger die Elemente ihrer selb sind, Nyt Tidsskr. f. Mathematik. Avd. XIII, t. XXIX. 1918, págs. 8-28.

Enriques (F): Questioni riguardanti la Geometria elementare, Bolonia. Zanichelli. 1900.

Problemi della Scienza, Ibid., 1906; seg. ed. 1910.

Il principio di razioni sufficiente nella construzione scientifica, Ibid., 1909.

Errera (Alfred): Sur la crise contemporaine des Mathématiques, L'Ens. math., t. XXXIV. 1935, págs. 12-17.

Fettweis (E): Das Rechnen der Naturvoelter, Leipzig-Berlin, 1927.

Fitch (Federico B.): The hypothesis that infinite classes are similar, The Journal Symbolic, t. IV, 1939, págs. 159-162.

Fraenkel (A): Axiomatische Begruendung der transfiniten Kadinalzahlen, I Math. Zeitschrift., t. XIII, 1922, págs. 153-188.

Zu den Grundlagen der Cantor-Zermeloschen Mengenlehre, Math. Ann., t. LXXXVI. 1922. págs. 230-237.

Ueber den Begriff "definit" und die Unabhaéngigkeit des Auswahlaxions, Sitzungsb. d. Preuss. Akad. d. Wiss. Phys-math. Kl., 1922, págs. 253-257.

Die neuren Ideen zur Grundlegung der Analysis und Mengenlehre, Jahresb. d. dtsch. Math. Verein., t. XXX, 1924, págs. 97-103.

Untersuchungen ueber die Grundlagen der Mengenlehre, Math. Zeitschrift. t. XXII. 1925, págs. 250-273.

Axiomatische Theorie der Geordneten Mengen Journ. f Math., t. LV, 1926, págs. 129-158.

Zehn Vorlesungen ueber die Grundlegung der Mengenlehre, Leipzig-Berlin. Teubner, 1927.

Ueber die Gleichheitsbeziehung in der Mengenleche, Journ. f. Math., t. CLVII, 1927, págs. 79-81.

Einleitung in die Mengenlehre, Berlin, Springer, 1928.

Ueber die Ordnungsfaehigkeit beliebigen Mengen, Sitgungslb., d. Preuss. Akad. d. Wiss. Phys.-math. Kl., 1928.

Axiomatische Theorie des Wohlordnung. Journ. f. Matl. t. CLXVII, 1932, págs. 1-11.

Sur l'axiome de choix, conferencia dada en Ginebra 1934. y publicada en L'Enseignement math., 1935, págs. 32-51.

Ueber eine abgeschwaechte Fassung des Auswahlaxioms, The Journal of symbolik Lokig, t. II, 1937, págs. 1-25.

Fréchet (M): La notion de différentielle dans l'Analyse générale, Ann. sc. de l'Ecole Norm. Sup., t. XLII, 1925, págs. 293-323.

Les espaces abstraits, París, Gauthier-Villars, 1928.

Les polynomes abstraits, Journal de Mathématiques, t. VIII, 1929, págs. 71-91.

Sur un développement des fonctions abstraites continues, Bull. Calcutta Math. Soc. t. XX, 1930, págs. 185-192.

L'Aritmétique de 'linfini, París, Hermann, 1934.

García (David): Introducció a la Logistica, Institut d'Estudis Catalans, Barcelona, 1935.

Glagoleff (Nil): Sur les axiomes d'appartenance de la Geometrie euclidienne, Rec. Math Moscou, t. VI, (48), 1939; págs. 221-225.

García de Galdeano: (Zoel): Algunas consideraciones sobre filosofía de las Matemáticas, Zaragoza, El Progreso, 1907.

Gentzen (G): Die Widerspruchsfreiheitder der reinen Zahlentheorie, Math. Ann, t. CXII, 1925, pág. 500.

Godeaux (Lucien): Questions non resolues de Géométrie algébrique, París, Hermann, 1921.

Goedel (K): Ueber formal unentscheidbare Saetze der Principia Mathematica, Monassheften fuer Math, und Physik, 1929.

Gonseth (F.): Philosophie mathématique, París, Hermann, 1939.

Les fondements des Mathemat ques, París, Blanchard, 1926.

Les Mathématiques et la realite, Paris, 1936.

Qu'est-ce que la Logique?. París, Hermann,1937.

Grassmann (H. G.): Gesammelte mathematische und physikalische Werke, pub. por F. Engel, Leipzig, Teuber, 1894-1911.

Greenvood (Th): Les fondements de la Logique, París, 1937.

Hahn (Hans): Ueber die nichtarchimedischen Groessysteme, Sitz. Bern. d. Kaiser, Akad. d. Wiss. Math. Nat. Wiss. Kl., t. CVI. IIa, 1907, págs. 601-ss.

Logique, Mathématiques et connaissance de la réalité, trad. fr. del Gen. Vouillemin, París, Hermann; 1935.

Hankel (H): Untersuchungen ueber die unendlich oft oszillierenden u. unstetigen Funktionen, Gratulationsprogramm d. Tuebinger Universitaet, 1870, rep. en los Math. Ann., t. XX; 1882; págs. 63-112.

Hardy (G. H.): Orders of Infinity, Londres, 1910.

Hartogs (F.): Ueber das Problem der Voldhnung, Math. Ann., t. LXXVI, 1915, págs. 438-443.

Hausdorff (F): **Grundzuege der Mengenlehre**, Leipzig, Veit u. c., 1914.

Heine (E): **Handbuch d. Kugelfunctionen**, Berlin, 1861.

Ueber die trigonometrische Reihen, Journ. f. reine und angew. Math. t. LXXI, 1870, págs. 352-ss.

Die Elemente der Funktionlehre, ib., t. LXXIV, 1872, pág. 172.

Helmohltz (H. von): **Zaehlen u. Messen erkentnisstheoretisch betrachtet**, Phil. Aufsaetze E. Zeller gewidm. 1887; págs. 17-52.

Hebrand (J): **Recherches sur la théorie de la démostration**, Varsovia, J. Dziewulski, 1930.

Hessenberg (G): **Grundbegriffe der Mengenlehre**, Sonderdruck aus den "Abhandl d. Friesschen Schule" Bd. 1. Heft. 4. Gotinga, 1906.

Heyting (A): **Mathematische Grundlágen forschung**. Berlin, J. Springer, 1934.

Hilbert (David): **Grundlagen der Geometrie**, Gotinga, 1899.

Die logischen Grundlagen der Mathematik, Math. Ann. t. CXXXVIII, 1923

Humbert (P): **Le calcul symbolique**, París, 1934.

Illigens: **Die Elemente der Aritmetik**. Programma des Werderschen Gymnasiums, 1872, págs. 1-29.

Zur Weierstrass-Cantorschen Theorie d. irrationalen Zahlen, Math. Ann., t. XXXIII, 1889, págs. 155-166.

Ivaldi (Gaetano): **La scienza relativa all'esperienza**, Génova, Sampierdarena, 1934.

Jourdain (Ph. E. B.): **The development of the theory of transfinite numbers**, Arch. d. Math. u. Physik, t. X, 1905, págs. 244-281; t. XIV; 1909, págs. 289-311; t. XVI, 1910, págs. 21-43; y t. IV, 1914; págs. 1-21.

The Nature of Mathematics, Londres, Jack; 1910.

Kálmár (László): **On the possibility of definition by recursion**, Acta Litt. Sci. Szaged., t. IX, 1940, págs. 227-232.

Klein (Felix): **Ueber Riemann's Theorie der algabraischen Funktionen**, Leipzig, 1882.

Kolmogroff (J): **Zur Deutung der intuitionistichen Logik**, Math. Zeitschrift, t. XXXV, págs. 58-65.

Koenig (J): **Zum Kontinumproblem**, Verh. d. 3. intern. Math. kongress in Heidelberg, 1904, rep. en los Math. Ann., t. LX, 1905; págs. 177-180 y 462-ss.

Ueber die Grundlagen der Mengenlehre und Kontinuumproblem, Math. Ann., t LXI.; 1905; págs. 156-160 y t. LXII;

1907, págs. 217-ss.

Kossak: Die Elemente der Mathematik, Programm des Werderschen Gymasiums, 1872, págs. 1-29.

Kronecker (L): Werke, cinco tomos, Leipzig-Berlín, 1895-1930.

Kuratowski (C): Sur la notion de l'ordre dans la théorie des ensembles, Fundamenta Math., t. II, 1911, págs. 161-171.

Sur une méthode d'elimination des nombres transfinits des raisonements mathématiques, Ib., t. III; 1921; págs. 1-33.

Lautmann (Albert): Essai sur les notions de structure et d'existence en Mathématiques, París, Hermann; 1937.

Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur developpement actuel, Ib., 1937.

Lejeune-Dirichlet (G. P.): Sur la convergence des séries trigonométriques, Journ. f. reine u. angew. Math., t. IV, 1829, págs. 157-ss.

Vorlesungen ueber Zahlentheorie, ed. R. Dedekind, Braunsschweig, 1880.

Vorlesungen ueber die im umgekehrten Quadrate der Entefernung wirkenden Kraefte, ed. F. Grube, Braunschweig; 1887.

Lefschtz (S): L'Analyse situs et la Géométrie algébrique, París, 1924.

Levi (B.): Intorno alla teoria degli agregati, R.. Instituto Lombardo di scienze e lettere, t. XXXV, 1902, pág. 863.

Levy (P): Lecons d'Analyse fonctionelle, París, 1922.

Lietzmann (W.): Ueber das Verhaeltu s von Definition und Lehrsat gefuege, Monast. Math. Phys., t. XLVIII, 1939, págs. 141-146.

Lipschitz: Grundlage der Analysis, Bonn, 1877.

Lucas de Peslouan (C): Les systémes logiques et la logistique, París, 1909.

Lusin (N): Lecon sur les ensembles et leurs applications, París, 1930.

Mac Leod (A. H. D.): Sur diverses questions se présentant dans l'étude du concep de realité, París, 1927.

Mahlo (P): Ueber lineare transfinite Mengen, Ber ueber d. Verhandl. d. k. Saechs, Ges. d. Wiss. z., Leipzig: Math.; phys. Kl.: t. LXIII, págs. 187-225.

Zur Theorie und Anwendung der po-zahlen, Ibid, t.LXIV 1912, págs. 108-112 y t. LXV, 1913, págs. 268-282.

Mannoury (G): Methodilogisches und Philosophisches zur Elementar Mathematik, Haarlem, 1909.

Maroger (A): Fondements des Mathématiques, París, 1908.

Mariani (J): Les limites des notions d'objet et d'objetivité, París, 1937.

Marimanoff (D): Les antinomies de Russell et de Burali-Forti et le probleme fondamental de la théorie des ensembles, L'Ens. math., t. XIX, 1917, págs. 37-52.

Remarques sur la théorie des ensembles et les antinomies cantoriennes, L'Enseig. Math., I. t XIX, 1917, págs. 109–217; II. t. XXI, 1920, págs. 29-52.

McKinsey (J. C. C.): Proofs of the independence of the primitive symbols of Heyting's of propositions, The Journal Symbolic Logic, t. IV, 1939, págs. 155-158.

Milhaud (Gaston): Essai sur les conditions et les limites de la certitude logique, París, Alcan, 1898.

Natorp (P): Logischen grundlagen der exakten Wissenschaften, Leipzig, Teubner, 1910.

Neumann (J. von) Die Axiomatisierung der Mengenlhere, Math. Zeitschr., t. XXVII; 1928, págs. 669-ss.

Zur Einfuehrung der transfiniten Ordnungszahlen, Acta Univ. Franz. Jos. Szeged. I, 1923, págs. 199-208

Eine Axiomatisierung der Mengenlehre, Journ. f. r. u. angew. Math., t. CLIV, 1925, págs. 219–240.

Ueber die Definition durch transfiniten Induktion, Math. Ann. t. XCIX, 1928, págs. 373-ss.

Die Widerspruchsfreiheit eines Axiomensystem der Mengenlehre, Journ. f. r. u. angew Math., t. CXL, 1931.

Neurath (O): Le développement du Cercle de Vienne et l'avenir de l'empirisme logique trad. fr. del Gen. Vouillemin, París, 1935.

Nicod (J): La Géométrie dans le monde sensible, París, 1924.

Ore (Oystein): Les corps algébriques et la théorie des ideaux. Paris, 1934.

L'Algebre abstraite, París, 1936.

Padoa (A): La logique deductive dans la derniére phase de développement, París, 1912.

Painlevé (P): Evolution des sciences physiques et mathématiques, París, Flammarion, 1935.

Parry (W.T.): Modalities in the "Survey" system of strict implication, J. Symbol Logic, t. IV, 1939, págs. 137-154.

Pasch (M): Einleitung in die Differential und Integralrechnnung, Leippement, París 1912.

Ueber die Einfuehrung der irrationalen Zahlen, Math. Ann., t. XL, 1892, págs. 149-152

Perelman (CH): L'antimonie de M. Goedel, Bull, de l'Acad. Roy. de Belg., t. XXII, 1929, págs. 730–736.

Perrin (J): La recherche scientifique, París, 1932.

Poincaré (H): Science et Méthode, París, 1909.

Derniéres pensées, París, 1913.

Pringstheim: Ueber die sogennante Grenzgebiete zwischen Convergenz und Divergenz, Sitz. Ber. d. bayer. Akad Math. Nat. Wis Kl., t. XXVI, 1896.

Ramsey (Frank Plumton): The foundation of Mathematics and other logical essays, Londres, Kegan Paul Trench, 1931.

Reichenbach (H): La philosophie scientifique: vues nouvelles sur ses buts et ses méthodes, París, Hermann, 1932.

Introduction á la Log stinque, Ib., 1939.

Richard (J): Sur la philosophie des Mathématiques, París, 1903.

Russell (Bertrand): The principles of Mathematics, Cambridge, 1903.

Santerre (S): Pschologie du nombre et les opérations élémentaires de l'Arithmét:que, Paris, 1907.

Sautreaux (C): Essai sur les axiomes des Mathématiques, Grenoble, A. Gratier–J. Rey, 1909.

Schlick (M): Les énoncés scientifiques et la réalité du monde exterieur, París, 1934.

Schoenflies (A): Die Entwickelung der Lehre von der Punktmannigfaltigkeiten, I. Teil: Jahresb. d. deutsch. Math Verein., t. VIII; 1900; II: 2 Ergaenzbbz. d. Jahresb. d. deusch. Math., Verein, 1908.

Die Krisis in Cantors matmematischen Schaften, Acta Math., t. L, 1928, págs. 1-ss

Sierpinski (W): Lecons sur les nombres transfinits, París, 1928.

Skolem (Th): Logisch-Kombinatorische Untersuchungen ueber die Erfuellberkeit oder Beweisbarkeit mathematischer Saetze, Skr. utg. av. Videnskaps, Cristianía, 1919, I. Math. Natur. Kl., págs. 1-37.

Eininge Bemerkungen zu ax omatischen Begruendung der Mengenlehre, 5 Kongress d. skandinav. Math. Helsinfors, 1922, págs. 217-ss.

Ueber einige Grundlagenfragen der Mathematik, Skr. Nor. Vid, Akad. in Oslo, Math-Natur. Kl., 1929; No. 4.

Skolem (Th.): Eine Bermekung ueber Introduktionsschemata in der rekursiven Zahlentheorie, Monatsh. Math. Phys., t. XLVIII, 1939, págs. 268-276.

Stolz (O): Ueber die Grenzwerthe der Quotienten, Math. Ann., t XIV, 1878, págs. 231-240.

Zur Geometrie der Alten, insbesondere ueber ein Axiom des Archimedes, Ibidem, t. XXII, 1883, pág. 504.

Stone Linear transformations in Hilbert Space. American Math. Soc Colloquium Publications. t. XV. 1932.

Stuyvaert (M): Introduction á la méthodologie mathématique. Gante Van Rysselberghe & Rombant, 1923.

Tarski (Alfredo): On undecidable satements in enlarged system of logic and the concept of truth, The Journal Symbolic Logis. t. IV. 1939. págs. 105-112.

Ting-Ho-Tseng: La Philosophie mathématique et la théorie des ensembles. París; Vigot, 1938.

Vallé-Poussin (C. de la): Intégrales de Lebesgue. Fonctiones d'ensemble. Classes de Baire. París. 1934.

Vera (Francisco): La Lógica en la Mathemática. Madrid. Editorial Páez 1929.

Psicogéneis del razonamiento matemático. Madrid. Editorial Plutarco. 1934.

Vouillemin (E): La Logique de la science et l'Ecole de Vienne. París, Hermann. 1935.

Weber (H.): Arithmetih, Algebra. Analysis. Encyclopaedie der Elementarmathematik de Weber-Wellstein. 4 ed., Berlín-Leipzig. 1922.

Weierstrass (K): Mathematische Werke. Leipzig. 1927.

Wernick (W.): An enumeration of logical functions. Bull. Amor. Math. Society. t. XLV . 1939. págs. 885-887.

Weyl (H): Raum. Zeit. Materie. Berlín. 1918; seg. ed. inmediatamente; terc.. 1919; cuarta. 1921. Hay traducción francesa por Gustavo Juvet y Roberto Leroy. París. Albert Blanchard. 1922.

Mathematische Analyse des Raumproblems. Berlín. Springer. 1923.

Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaften, Munich. R. Oldenburg. 1927.

Gruppentheorie und Quantenmechanik. Leipzig. Hizzel. 1928.

Weyl (Hermann): Das Kontinuum. Leipzig. 1918.

Whitehead Russell: Principia Mathematicae, Cambridge. pimera ed. t. I., 1910. t. II-III. 1913; 2 ed. t. I, 1925; t. II-III; sin modificaciones. 1927.

Winter (Max): La méthode dans la philosophie mathématique, París, Alcan. 1911.

Young (W. H.): On the new theory of integration. Proc. Roy. Soc. Lond. Serie A, t. LXXXVIII, pág. 172.

Zermelo (E): Beweis dass jede Menge wohlgeordnet werden kann., Math. Ann. t. LIX, 1904, págs. 514-516.

Neuer Beweis fuer die Wohlordnung, Ib., t. LXV, 1908, pág. 107-128.

Untersuchungen ueber die Grundlagen der Mengenlehre, I; ib. págs. 261-281.

Sur les ensembles finis et le principe d'induction complete, Acta Math., t. XXXII, 1909, pág. 185

Este trabajo ha sido publicado en los ANALES DE LA UNIVERSIDAD DE SANTO DOMINGO, tomo IV, 1940, págs. 44–68.