

- SECRETARÍA -

REPÚBLICA DOMINICANA.

SERVICIO NACIONAL DE INSTRUCCION PUBLICA.

Guadro de Asignaturas y Programas
de la
Sección de Ciencias Físicas y Matemáticas
de los
Estudios Secundarios.



EDICION OFICIAL.

Imp. y Linotipo J. R. Vda. García.

SANTO DOMINGO. R. D.

1918.

013657.



911

REPÚBLICA DOMINICANA.
SERVICIO NACIONAL DE INSTRUCCION PUBLICA.

Quadro de Asignaturas y Programas
de la
Sección de Ciencias Físicas y Matemáticas
de los
Estudios Secundarios.



EDICION OFICIAL.

de J. R. Vda. García.
D.

013657.



33164-10
Ime-2018/HL



BN
373.19
R426CV
1918

INDICE

Páginas .

Orden No. 55 de la Secretaría de Justicia é Instrucción Pública.....	7-8.
Programa de Algebra.....	13-19.
Programa de Trigonometría.....	23-29.
Programa de Geometría.....	33-47.
Programa de Astronomía.....	51-55.
Programa de Física.....	59-70.
Programa de Química.....	73-78.
Programa de Dibujo Lineal.....	81-89.
Programa de Inglés.....	93-95.
Programa de Francés.....	99-102.
Programa de Aritmética Razonada.....	105-108.

013657.



1882

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY

1882

Orden No. 55.

**DE LA SECRETARIA DE JUSTICIA E INSTRUCCION
PUBLICA.**

República Dominicana.

**SECRETARIA DE ESTADO DE JUSTICIA E INSTRUCCION
PUBLICA.**

Orden No. 55.

1.—La Sección de Ciencias Físicas y Matemáticas de los estudios secundarios comprenderá un curso con el siguiente cuadro de asignaturas:

- 1.—Algebra.
- 2.—Trigonometría.
- 3.—Geometría.
- 4.—Astronomía.
- 5.—Física.
- 6.—Química.
- 7.—Dibujo Lineal.
- 8.—Idioma Inglés.
- 9.—Idioma Francés.
- 10.—Aritmética Razonada.

2.—La enseñanza de las asignaturas que figuran en ese cuadro se dará de conformidad con los programas analíticos que por instrucciones de la Superintendencia General de Enseñanza preparó la Escuela Normal Superior de Santo Domingo, los cuales son publicados como parte de esta Orden.

3.—En las escuelas oficiales que ofrezcan la enseñanza de la Sección de Ciencias Físicas y Matemáticas de los estudios secundarios, se desarrollará esa enseñanza en un año lectivo.

4.—Se confiere á la Superintendencia General de Enseñanza capacidad para fijar libros de texto para el uso de los estudiantes

en la preparación de las asignaturas y para recomendar libros de consulta para estudiantes y profesores. La intensidad de la enseñanza será la que se dé á las asignaturas en el texto oficial. Se tendrá presente que en la Sección de Ciencias Físicas y Matemáticas de los estudios secundarios la enseñanza es intensiva y preparatoria para los estudios superiores y los universitarios.

Santo Domingo, Mayo 20 de 1918.

Rufus H. Lane.

Colonel U. S. M. C.,

Encargado de la Secretaría de Justicia
é Instrucción Pública por el Gobierno
Militar.

**PROGRAMAS DE LA
SECCION DE CIENCIAS FISICAS.Y MATEMATICAS.
DE LOS ESTUDIOS SECUNDARIOS.**

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY

PROGRAMA No. 1.

ALGEBRA.

ALGEBRA.

1.

Propiedades de los radicales.—Raíz cuadrada de una cantidad.—Raíz m^{ta} de una cantidad.—Teoremas: 1, Dos números positivos que tienen sus potencias m^{ta} iguales, son iguales.—2, El producto de dos radicales del mismo índice es igual á la raíz aritmética del mismo índice del producto de las cantidades subradicales.—3, Para elevar un radical á cierta potencia, basta elevar á esta potencia la cantidad subradical.

2.

Teoremas: 1, El cociente de dos radicales del mismo índice es igual á la raíz del mismo índice del cociente de las cantidades subradicales.—2, Para extraer la raíz m^{ta} de un radical basta multiplicar su índice por m .—3, No se altera el valor de un radical multiplicando ó dividiendo por un mismo número el índice del radical y el exponente de la cantidad subradical.—4, Cuando los dos miembros de una igualdad están formados cada uno de una parte racional, y de otra irracional, las partes racionales son necesariamente iguales, así como también las partes irracionales.

3.

Operaciones con los radicales.—Introducir un número dentro de un radical.—Sacar un factor fuera de un radical.—Reduc-

ción al mismo índice.—Simplificación de un radical.—Radicales semejantes.—Adición, sustracción, multiplicación, división de los radicales.

4.

Racionalización del denominador de fracciones ó de expresiones de la forma:

$$\frac{a\sqrt{h}}{\sqrt{h} + \sqrt{b}} ; \frac{a\sqrt{h}}{a + \sqrt{b}} ; \frac{a\sqrt{c}}{a - \sqrt{b} + \sqrt{a}} ; \frac{b}{\sqrt{d}}$$

5.

Cantidades imaginarias y complejas.—Unidad imaginaria. Número imaginario.—Cálculo de las cantidades imaginarias. Potencias sucesivas de i .—Raíz cuadrada de un número negativo. Multiplicación y división de los números imaginarios.—Cantidades complejas.

6.

Exponentes fraccionarios.—Se puede aplicar á los exponentes fraccionarios las reglas del cálculo de los exponentes enteros.

7.

Formas de la ecuación de 2º grado.—Resolución de la ecuación incompleta de 2º grado.—Resolución de la ecuación completa de 2º grado.

8.

Discusión de la fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

9.

Propiedades de las raíces de la ecuación completa de 2º grado: Teoremas: 1, La suma de las raíces es igual al cociente del coeficiente de x por el de x^2 , tomado con signo contrario.—2, El producto de las raíces es igual al cociente del término conocido, por el coeficiente de x ; aplicaciones.

10.

Ecuaciones reducibles á las de 2º grado.—Ecuación bicuadrada.—Resolución de la ecuación: $ax^4 + bx^2 + c = 0$.—Transformación de las expresiones de la forma: $\sqrt{A} + \sqrt{B}$.

11.

Ecuaciones recíprocas.—Ecuaciones binomias.—Ecuaciones trinomias.—Resolución de la ecuación: $x^m + A$. Resolución de la ecuación: $ax^{2m} + bx^m + c = 0$.

12.

Ecuaciones con varias incógnitas.—Resolución de ecuaciones por medio de artificio de cálculo en sistemas de la forma:

$$\begin{array}{l|l|l} x - y = a & x + y = 12 & x + y = a \\ x^2 - y^2 = b & xy = 35 & x^2 + y^2 = b \end{array}$$

13.

Problemas de 2º grado: Un particular impone á un cierto tanto un capital de \$ 8000; después de un año retira este capital y los intereses producidos, é impone todo á un tanto superior en un peso al primero; entonces obtiene una renta anual de \$ 416: ¿Cuál era el primer tanto?.—Otros problemas.

14.

Trinomio de 2º grado.—Descomposición del trinomio $ax^2 + bx + c$.

15.

Variaciones del trinomio:—Variaciones de los signos del trinomio de 2º grado.—Variaciones del valor del trinomio.

16.

Representación gráfica de las variaciones del trinomio de 2º grado.—Descomponer en factores el trinomio $10x^2 - 7x + 1$.—Determinar entre qué límites se puede hacer variar el valor de x para que el trinomio $x^2 - 2x - 8$ sea negativo.—Determinar entre qué límites se puede hacer variar x para que el trinomio $x^2 - 4x + 6$ sea positivo.—Otros ejemplos.

17.

Resolución de las desigualdades.—Resolver la desigualdad $ax^2 + bx + c > 0$ —Ejemplos numéricos.

18.

Análisis combinatorio.—Definiciones: Ordenaciones, permutaciones, combinaciones.—Calcular el número de ordenaciones posibles con m elementos tomados de uno en uno, de dos en dos, de tres en tres, de m en m .

19.

Cálculo del número de permutaciones con m elementos.—Cálculo del número de combinaciones con m elementos.

20.

Binomio de Newton.—Triángulo de Pascal.—Fórmula del binomio en el caso de un exponente cualquiera.—Aplicaciones.

21.

Progresiones aritméticas.—Teoremas: 1, En toda progre-



sión aritmética, un término cualquiera es igual al primero más tantas veces la razón como términos hay antes de él.—2. En toda progresión aritmética, la suma de dos términos equidistantes de los extremos es constante é igual á la suma de los extremos.—Problemas: 1, Encontrar la suma de los términos de una progresión aritmética.—2, Interponer entre a y b , m medios aritméticos.—Aplicaciones.

22.

Progresiones geométricas.—Teoremas: 1, En toda progresión geométrica un término cualquiera es igual al primero multiplicado por la razón elevada á una potencia indicada por el número de términos que le preceden.—2, Las potencias sucesivas de un número mayor que 1 crecen al mismo tiempo que sus exponentes.—3, En toda progresión geométrica, el producto de dos términos equidistantes de los extremos es constante é igual al producto de los extremos.

23.

Progresiones geométricas.—Teorema: El producto de los términos de una progresión geométrica es igual á la raíz cuadrada del producto de los extremos elevado á una potencia marcada por el número de términos.—Problema: Encontrar la suma de los términos de una progresión geométrica.—Aplicaciones.

24.

Logaritmos.—Definición de los logaritmos.—Números que tienen un logaritmo.—Teorema: En cualquier sistema todo número positivo tiene su logaritmo.

25.

Propiedades de los logaritmos:—1, El logaritmo de un producto es igual á la suma de los logaritmos de los factores.—2, El logaritmo de un cociente es igual á la diferencia de los logaritmos del dividendo y del divisor.—3, El logaritmo de la n^{ta} potencia de un número es igual á n veces el logaritmo de este número.—4, El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo del número dividido por el índice de la raíz.—5, En un sistema cualquiera de logaritmos, el logaritmo de 1 es cero y el logaritmo de la base del sistema es 1.—Teorema: Los logaritmos de un mismo número en dos sistemas diferentes están en relación constante.

26.

Logaritmos vulgares.—Teorema: El logaritmo de un número diez, ciento, mil veces etc, mayor ó menor que otro, tiene la misma mantisa que éste y no difiere más que en la característica. Cologaritmo.—Usos de las tablas de logaritmos.

27.

Ecuaciones exponenciales.—Resolver las ecuaciones:

$$a^x = b, \text{ con } a \text{ y } b \text{ positivos}$$

$$a^{bx} = c;$$

$$a^{2x} + ba^x + c = 0.$$

Resolver los sistemas:

$$\begin{array}{l|l} \log. x + \log. y = m & x^y = y^x \\ ax + by = c; & x^2 = y^2 \end{array}$$

28.

Interés compuesto.—Fórmula del interés compuesto. Cálculo del capital impuesto.—Cálculo del tanto.—Cálculo del tiempo.—Aplicaciones.

29.

Problemas: Una ciudad ve crecer su población cada año la $\frac{1}{120}$: se pregunta dentro de qué tiempo se duplicará su población.—Hallar en qué se convierte una suma de \$40,000 impuesta á interés compuesto al 4, 5% durante dos años.—Otros problemas.

30.

Amortización.—Fórmula de la amortización.—Cálculo del capital prestado.—Cálculo del tiempo.—Cálculo del tanto.—Constitución de un capital.

31.

Un municipio pide prestado \$50,000 al 4% y quiere amortizar esta deuda en 20 años. ¿Qué anualidad debe pagar?—Otros problemas.

32.

Principios generales relativos á las ecuaciones:—1, Si se agrega ó se quita una misma cantidad á los dos miembros de una ecuación, se obtiene una ecuación equivalente.—2, Si se multiplican ó dividen los miembros de una ecuación por una misma cantidad que no sea nula ni infinita y que no contenga ninguna incógnita, se obtiene una ecuación equivalente.

33.

Ecuaciones simultáneas.—1, Cuando se tiene un sistema de ecuaciones simultáneas, se puede reemplazar cualquiera de ellas por la ecuación que resulte de sumar miembro á miembro esta ecuación con una ó varias de las otras ecuaciones y se forma un

sistema equivalente al primero.—2, Cuando se tiene un sistema de ecuaciones simultáneas, si se saca de una de las ecuaciones el valor de cualquiera incógnita en función de las otras y se sustituye en las otras ecuaciones esta incógnita por el valor encontrado, se forma un nuevo sistema equivalente al primero.

34.

Inecuaciones.—1, Si se agrega ó se quita una misma cantidad á los dos miembros de una inecuación, se obtiene una inecuación equivalente.—2, Si se multiplican ó dividen los dos miembros de una inecuación por una misma cantidad positiva, se obtiene una inecuación equivalente; pero si se multiplican ó se dividen por una misma cantidad negativa es preciso cambiar el sentido de la segunda inecuación para que resulte equivalente á la inecuación dada.

35.

Máximos y mínimos.—Variable.—Averiguación de los máximos y mínimos: método directo, método indirecto.

36.

Problemas: 1, Siendo constante el producto de dos factores positivos, encontrar el mínimo de su suma.—2, Hallar el máximo ó el mínimo del trinomio de 2.º grado $ax^2 + bx + c$.—3, Descomponer un número en dos partes tales, que la suma de sus cuadrados sea mínima.

37.

Problemas: 1, Estudio de las variaciones del perímetro de un triángulo inscrito en un semicírculo.—2, Para qué valor de x será máxima ó mínima la expresión:

$$\frac{x - 4}{x^2 - 3x - 3} \quad \text{Otros problemas.}$$

38.

Teoremas: 1, El producto de dos factores positivos variables cuya suma es constante, es máximo cuando estos factores son iguales, si esto es posible.—2, El producto de varios factores positivos variables cuya suma es constante, es máximo cuando estos factores son iguales, si esto es posible.—3, El producto de dos factores positivos variables cuya suma es constante y que están afectados cada uno de un exponente, es máximo cuando estos factores son proporcionales á sus exponentes.

39.

Problemas: 1, Dividir el número 20 en dos partes tales, que su producto sea máximo.—2, Cuál es el mayor rectángulo que se puede inscribir en un cuadrado dado.—3, Inscribir en un semicírculo

culo un trapecio cuya superficie sea máxima.—Otros problemas.

10.

Deducción de los logaritmos de las progresiones.—Teoremas:
1. Se puede interpolar un número bastante grande de medios entre los términos de una progresión geométrica para que la diferencia que exista entre dos términos consecutivos cualesquiera sea tan pequeña como se quiera.—2. Si en una progresión geométrica, interpolando $(m-1)$ ó $(m'-1)$ medios se llega á obtener un mismo número, se encontrará para este número en ambos casos el mismo logaritmo.

Fin del Programa No 1.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
TRICHOPTERA

PROGRAMA No. 2.

TRIGONOMETRIA.

TRIGONOMETRIA.

1.

Definiciones: Objeto de la Trigonometría.—Razones trigonométricas.—Recta dirigida.—Segmento de recta.—Longitud de un segmento.—Segmentos consecutivos.—Suma de segmentos consecutivos que están en la misma recta.—Teorema de Chassles acerca de los segmentos consecutivos.—Círculo orientado.—Arco.—Sentido de los arcos.—Longitud de un arco.—Círculo trigonométrico.—Arcos complementarios.—Arcos suplementarios.

2.

Razones trigonométricas.—Seno de un arco, tangente, secante, coseno, cotangente y cosecante.—Trazado de las líneas trigonométricas de un arco en cada uno de los cuadrantes.—Signo de las líneas trigonométricas.

3.

Proyecciones.—Proyección de un punto.—Traslación del eje.—Contorno poligonal.—Resultante de un contorno poligonal.—Proyección de un contorno.—Medida de la proyección de un segmento.—Formación y usos de las tablas trigonométricas.

4.

Fórmulas fundamentales.—Calcular $\cos.a$ y $\operatorname{tg}.a$ en función del $\operatorname{sen}.a$.—Calcular $\operatorname{sen}.a$ y $\operatorname{tg}.a$ en función del $\cos.a$.—Calcular $\operatorname{sen}.a$ y $\cos.a$ en función de $\operatorname{tg}.a$.

5.

Fórmulas de adición —Calcular $\operatorname{sen}(a + b)$ y $\cos.(a + b)$ en

función del seno y del coseno de cada uno de los arcos a y b — Calcular $\text{sen.}(a-b)$ y $\text{cos.}(a-b)$ en función de los senos y cosenos de los arcos a y b .—Calcular $\text{tg.}(p + b)$ en función de la $\text{tg.} a$ y $\text{tg.} b$.

6.

Fórmulas de multiplicación.—Calcular $\text{sen.} 2a$, $\text{cos.} 2a$ y $\text{tg.} 2a$ en función de $\text{sen.} a$, $\text{cos.} a$ y $\text{tg.} a$.—Teorema: Todas las líneas trigonométricas de un arco se expresan racionalmente en función de la tangente de la mitad de este arco.

7.

Fórmulas de división.—Calcular $\text{sen.} \frac{a}{2}$ y $\text{cos.} \frac{a}{2}$ en función de $\text{cos.} a$.—Calcular $\text{sen.} \frac{a}{2}$ y $\text{cos.} \frac{a}{2}$ en función de $\text{sen.} a$.—Calcular $\text{tg.} \frac{a}{2}$ en función de $\text{tg.} a$.

8.

Fórmulas de transformación en productos.—Transformar en producto $\text{sen.} p + \text{sen.} q$.—Transformar en producto la expresión $\text{sen.} a + \text{cos.} b$.—Transformar en producto $\text{cos.} p + \text{cos.} q$.—Transformar en monomio $\text{tg.} a + \text{tg.} b$.

9.

Relaciones entre los elementos principales de un triángulo rectángulo.—Teorema: En un triángulo rectángulo, cada cateto es igual a la hipotenusa multiplicada por el seno del ángulo opuesto al cateto que se busca ó por el coseno del ángulo adyacente a este mismo lado.—Teorema: En un triángulo rectángulo, cada cateto es igual al otro multiplicado por la tangente del ángulo opuesto al cateto que se busca, ó por la cotangente del ángulo adyacente a este mismo lado.

10.

Resolución de los triángulos rectángulos: 1°. Conociendo la hipotenusa a y el ángulo agudo B , encontrar el ángulo C y los dos catetos b , c ; 2°. Conociendo uno de los catetos b y uno de los ángulos agudos, B , por ejemplo, calcular el otro ángulo agudo C , la hipotenusa a y el otro cateto c .

11.

Resolución de los triángulos rectángulos:

3°. Conociendo la hipotenusa a , y un cateto b , calcular los ángulos B , C y el cateto c ; 4°. Conociendo los dos catetos b y c , calcular los dos ángulos B y C .

12.

Relaciones entre los elementos principales de un triángulo cualquiera.—Teorema: En todo triángulo, los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.—Teorema: En todo

triángulo la razón de cada lado al seno del ángulo opuesto, es igual al diámetro del círculo circunscrito.—Teorema: Cada lado de un triángulo es igual á la suma algebraica de las proyecciones de los otros dos sobre la dirección del primero.

13.

Resolución de los triángulos cualesquiera: 1er. Caso: Conociendo un lado a y los ángulos B , C , calcular el ángulo A y los lados b y c ; 2º Caso: Conociendo los lados a y b , y el ángulo que forman C , calcular los ángulos A , B y el lado c .—Ejercicios.

14.

Resolución de los triángulos cualesquiera: 3er Caso: Conociendo los tres lados a , b , c , calcular los tres ángulos A , B y C ; 4º Caso: Conociendo los lados a , b y el ángulo opuesto á uno de ellos, calcular los ángulos B , C y el lado c .—Ejercicios.

15.

Cálculo de los elementos secundarios: Radios del círculo circunscrito.—Radio del círculo inscrito.

16.

Cálculo de los elementos secundarios: Radios de los círculos ex-inscritos.—Alturas.

17.

Cálculo de los elementos secundarios —Medianas.—Bisectrices interiores.—Bisectrices exteriores.

18.

Expresión de los diversos elementos de un triángulo en función de los ángulos y del radio del círculo circunscrito: Lados. Alturas.—Superficies.—Bisectrices.—Semiperímetros y diferencias $p-a$, $p-b$, $p-c$.—Radio de los círculos inscritos y ex-inscritos.

19.

Resolución de un cuadrilátero inscriptible.—Cálculo de los ángulos.—Superficie.

20.

Teorema de Ptolomeo.—Diagonales del cuadrilátero inscriptible.—El producto de las diagonales es igual á la suma de los productos de los lados opuestos.—Las diagonales son proporcionales á las sumas de los productos de los lados que concurren con ellas.

21.

Resolución de algunos triángulos por los diversos métodos de resolución: Problemas: 1º. Resolver un triángulo conociendo un ángulo A , el lado opuesto a y la suma $b+c$ igual 1 de los otros dos

lados: Solución trigonométrica, solución algebraica.—Ejercicios.
2º, Resolver un triángulo, conociendo los lados b , c y la bisectriz a del ángulo comprendido: solución trigonométrica, solución algebraica.—Ejercicios.

22.

Polígonos.—Superficie de un paralelogramo.—Superficie de un polígono regular en función: 1º, del radio del círculo circunscrito; 2º, del lado c ; 3º, de la apotema a .

23.

Cálculos logarítmicos: Hacer logarítmico un binomio $X = a + b$.

24.

Hacer logarítmico un polinomio $a + b + c + d + \dots$

25.

Hacer calculable por logaritmos las raíces de una ecuación de 2do. grado $ax^2 + bx + c = 0$.

TRIGONOMETRIA ESFERICA.

1.

Figuras esféricas.—Definiciones: círculo máximo.—Angulo de dos círculos máximos.—Triángulo esférico.—Triángulo polar.—Propiedades del triángulo polar.—Triedros polares.—Triángulos suplementarios.—Propiedades de los triángulos esféricos.

2.

Igualdad de los triángulos esféricos.—Teoremas: En un triángulo esférico isósceles, los ángulos opuestos á los lados iguales son iguales.—En un triángulo esférico, al mayor lado está opuesto el mayor ángulo.

3.

Area de un triángulo esférico: Exceso esférico.—Teorema: Si se supone el radio de la esfera igual á la unidad, el número que expresa el exceso esférico, expresa también el área del triángulo.

4.

Polígonos esféricos: Teorema: El camino más corto de un punto á otro sobre la superficie de la esfera es el arco de círculo máximo, menor que una semicircunferencia, que pasa por estos puntos.

5.

Relación entre tres lados y un ángulo: Teorema: El coseno de un lado de un triángulo esférico es igual al producto de los cosenos de los otros dos, más el producto de los senos de estos mismos lados por el coseno del ángulo opuesto al primer lado.

6.

Relación entre dos lados y el ángulo opuesto: Teorema: En

un triángulo esférico, los senos de los lados son proporcionales á los senos de los ángulos opuestos.

7.

Relación entre dos lados, el ángulo comprendido y el ángulo opuesto á uno de ellos: Teorema: En un triángulo esférico, el producto de la cotangente del 1er. lado por el seno del 2do. es igual al producto del coseno de este mismo por el coseno del ángulo opuesto al 3er. lado más el producto del seno de este ángulo por la cotangente del ángulo opuesto al 1er. lado.

8.

Relación entre un lado y los ángulos: Teorema: En un triángulo esférico el coseno de un ángulo es igual al producto de los senos de los otros dos por el coseno del lado adyacente, menos el producto de los cosenos de estos mismos ángulos.

9.

Fórmulas calculables por logaritmos: Hacer calculable por logaritmos la expresión: $\text{Cos. } A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c}$

10.

Fórmulas de Delambre.—Calcular la expresión $\text{sen. } \frac{A+B}{2}$

11.

Analogías de Néper.

12.

Fórmulas relativas á los triángulos rectángulos.

13.

Transformación de las fórmulas relativas á los triángulos rectángulos.

14.

Resolución de los triángulos rectángulos: 1er. Caso: Dados los catetos b , c , encontrar la hipotenusa y los ángulos B y C ; 2º Caso: dados la hipotenusa a , y un cateto b , encontrar el otro cateto c y los ángulos B y C ; 3er. Caso: dados un cateto b y el ángulo opuesto B , encontrar la hipotenusa a , el otro cateto c , y el ángulo C .

15.

Resolución de los triángulos rectángulos: 4º Caso: dados un cateto b , y el ángulo adyacente C , encontrar la hipotenusa a , el otro cateto c y el tercer ángulo B .—5º Caso: dados la hipotenusa a , y el ángulo B , encontrar los catetos b , y c , y el tercer ángulo C .—6º Caso: dados los ángulos B y C , encontrar los tres lados.

16.

Resolución de triángulos cualesquiera: 1er. Caso: dados los tres

lados a , b y c , encontrar los tres ángulos A , B , y C .—2º Caso: dados los tres ángulos A , B y C , encontrar los tres lados a , b y c .—3er Caso: dados los lados a , b y el ángulo comprendido C , encontrar el otro lado c y los otros dos ángulos B y C .

17.

Resolución de triángulos cualesquiera.—4º Caso: dados los ángulos A y B y el lado adyacente c , encontrar el otro ángulo C y los otros dos lados a y b .—5º Caso: dados dos lados a y b y el ángulo A opuesto á uno de ellos, encontrar los otros dos ángulos B y C y el otro lado c .—6º Caso: dados dos ángulos B y C , y el lado a opuesto á uno de ellos, encontrar el otro ángulo A y los otros lados b y c .

Fin del Programa No. 2.

GEOMETRIA

PROGRAMA No. 3.

GEOMETRIA.

C. M. ALBERT

of the University of California

GEOMETRIA PLANA.

1.

Definiciones: Objeto de la Geometria.—Cuerpo ó sólido geométrico.—Superficie.—Línea.—Punto.—Generación de figuras. Axioma.—Postulado.—Teorema.—Lema.— Problema.— Corolario.—Escolio.—Hipótesis.— Conclusión.— Proposiciones recíprocas.

2.

Semirecta.—Segmento rectilíneo.—Longitud de un segmento.—Distancia entre dos puntos.—Línea poligonal.—Línea curva.—Semiplano.—Superficie poliédrica.—Superficie curva.—Línea convexa.—Superficie convexa.—Angulo.—Angulos adyacentes.—Bisectriz.—Angulo recto, grado, minuto, segundo.—Angulo agudo.—Angulo obtuso.—Angulos complementarios y suplementarios.

3.

Teoremas: La condición necesaria y suficiente para que dos ángulos adyacentes sean suplementarios, es que sus lados exteriores sean directamente opuestos.—Si dos ángulos adyacentes son suplementarios, sus bisectrices formarán un ángulo recto.—Dos ángulos opuestos al vértice son iguales.—Perpendiculares.—Por un punto tomado sobre una recta se puede levantar una perpendicular á esta recta, y nada más que una.—Desde un punto tomado fuera de una recta, se puede bajar una perpendicular á dicha recta, y nada más que una.

4.

Rectas paralelas.—Teoremas: Por un punto se puede trazar

una paralela á una recta dada.—Si dos rectas son paralelas, cualquiera recta perpendicular á una de ellas, lo es igualmente á la otra.—Definiciones: secantes.—Ángulos alternos-internos, alternos-externos, ángulos correspondientes, internos de un mismo lado.—Teorema: Si dos rectas cortadas por una secante forman ángulos alternos internos iguales, estas rectas son paralelas.

5.

Dos ángulos que tienen sus lados respectivamente paralelos, son iguales ó suplementarios; iguales, si los lados paralelos tienen dos á dos el mismo sentido ó dos á dos sentidos opuestos; suplementarios, en el caso contrario.—Dos ángulos que tienen sus lados respectivamente perpendiculares son iguales ó suplementarios; iguales, si ambos ángulos son agudos ú obtusos; suplementarios, si uno es agudo y otro obtuso.

6.

Definiciones: Simetría con relación á un punto.—Simetría con relación á una recta.—Triángulo.—Perímetro.—Triángulo rectángulo, obtusángulo, acutángulo, equilátero, isósceles, escaleno.—Base de un triángulo, hipotenusa, altura, mediana.—Teorema: La suma de los tres ángulos de un triángulo es igual á dos rectos.—Consecuencias.

7.

En un triángulo isósceles, los ángulos opuestos á los lados iguales son iguales.—En un triángulo cualquiera al mayor lado está opuesto el mayor ángulo.—Cada lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos, y mayor que su diferencia.—Si desde un punto tomado fuera de una recta se bajan á ésta una perpendicular y varias oblicuas, sucederán tres cosas: 1^o, la perpendicular es menor que cualquiera oblicua; 2^o, dos oblicuas cuyos pies se apartan igualmente del pie de la perpendicular, son iguales; 3^o, de dos oblicuas, la mayor es aquélla cuyo pie se aparta más del pie de la perpendicular.

8.

Mediatriz.—Teoremas: Todo punto de la mediatriz de una recta está igualmente distante de los extremos de esta recta.—Lugar geométrico.—Todo punto tomado fuera de la mediatriz de una recta está desigualmente distante de los extremos de una recta. La altura principal de un triángulo isósceles es un eje de simetría de la figura.

9.

Demostración de los tres casos de igualdad de los triángulos. Cuando dos triángulos tienen dos lados respectivamente iguales y los ángulos comprendidos desiguales, los terceros lados son de-

siguales y al mayor ángulo se opone el mayor lado.—Demostración del recíproco.

10.

Demostración de los casos de igualdad de los triángulos rectángulos.—La bisetriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos equidistantes de los dos lados de este ángulo.—Dos rectas paralelas comprendidas entre otras dos paralelas son iguales. Si por el punto medio de un lado de un triángulo se traza una paralela al tercer lado, esta paralela pasa por el punto medio del segundo lado y es igual a la mitad del tercero.

11.

Las mediatrices de un triángulo se cortan en un punto que equidista de los tres vértices del triángulo.—Las tres alturas de un triángulo se cortan en un mismo punto.—Las medianas de un triángulo se cortan en un mismo punto situado á los $\frac{2}{3}$ de cada una, á partir del vértice.—Las bisectrices de un triángulo se cortan en un mismo punto que equidista de los tres lados.

12.

Definiciones: Polígono.—Diagonal.—Perímetro.—Cuadrilátero.—Paralelogramo.—Rectángulo.—Rombo.—Cuadrado.—Trapezio.—Teoremas: Los lados opuestos de un paralelogramo son iguales, lo mismo que los ángulos opuestos.—El cuadrilátero que tiene sus lados opuestos iguales es un paralelogramo.—Todo cuadrilátero que tiene sus ángulos opuestos iguales es un paralelogramo.

13.

Todo cuadrilátero que tiene dos lados iguales y paralelos es un paralelogramo.—Las diagonales de un paralelogramo se cortan por la mitad.—Todo cuadrilátero cuyas diagonales se cortan por la mitad es un paralelogramo.—Si por el punto medio de uno de los lados no paralelos de un trapezio se traza una paralela á las bases, pasará por el punto medio del otro y será igual á la semisuma de las bases.

14.

Demostración de los casos de igualdad de los paralelogramos.—Definiciones.—Nombres de los polígonos.—Polígono convexo, equiángulo, equilátero, regular.—Ángulo exterior.—Teoremas: La suma de los ángulos externos de un polígono cualquiera es igual á cuatro rectos.—La suma de los ángulos internos de un polígono cualquiera es igual á tantas veces dos rectos como lados tenga menos dos.

15.

Gada lado de un polígono es menor que la suma de los demás.—Toda línea poligonal convexa es menor que cualquier otra

línea envolvente que tiene los mismos extremos.—Dos polígonos iguales pueden descomponerse en un mismo número de triángulos respectivamente iguales y dispuestos del mismo modo.

16.

Definiciones: Circunferencia.—Radio.—Círculo.—Diámetro.—Arco.—Medida de los arcos.—Angulo en el centro.—Teoremas: En un mismo círculo ó en círculos iguales: 1º, dos ángulos iguales en el centro interceptan arcos iguales; 2º, el mayor ángulo en el centro intercepta el mayor arco.—En un mismo círculo ó en círculos iguales: 1º a arcos iguales corresponden ángulos en el centro iguales; 2º, al mayor arco corresponde el mayor ángulo.

17.

Dos ángulos cualesquiera son entre sí como los arcos comprendidos entre sus lados, y descritos desde sus vértices con un mismo radio.—Cuerda.—Segmento circular.—El diámetro es la mayor cuerda del círculo.—En un mismo círculo, ó en círculos iguales: 1º, dos arcos iguales están subtendidos por cuerdas iguales; 2º, el mayor arco está subtendido por la mayor cuerda.—Demostración del recíproco.

18.

En un mismo círculo ó en círculos iguales: 1º, dos cuerdas iguales están igualmente distantes del centro; 2º, la cuerda mayor está más cerca del centro.—Demostración del recíproco.—Tangente.—Normal.—Toda recta perpendicular á la extremidad de un radio es tangente á la circunferencia.—Los arcos de un mismo círculo comprendidos entre dos paralelas son iguales.

19.

Si dos circunferencias tienen un punto común fuera de la recta de los centros, tienen igualmente otro punto común simétrico del primero.—Si dos circunferencias son tangentes, la perpendicular levantada sobre la recta de los centros por el punto de contacto, es una tangente común á las dos circunferencias; escolio que de este teorema se desprende.—La medida de un ángulo en el centro es igual á la medida del arco comprendido entre sus lados, con tal que se tome como unidad de arco el arco correspondiente a la unidad de ángulo.

20.

Angulo del segmento.—El ángulo del segmento tiene por medida la mitad del arco comprendido entre sus lados.—Angulo inscrito.—El ángulo inscrito tiene por medida la mitad del arco comprendido entre sus lados.—El ángulo que tiene su vértice en el interior de la circunferencia tiene por medida la semisuma de los

arcos comprendidos entre sus lados y entre sus prolongaciones.— El ángulo formado por dos secantes que se encuentran fuera del círculo tiene por medida la semidiferencia de los arcos comprendidos entre sus lados.

21.

Razón de dos segmentos de rectas.—En un segmento de recta no se puede encontrar más que un punto cuya relación de las distancias á los puntos dados sea igual á una razón dada.—Sobre la prolongación de una recta no se puede encontrar más que un punto cuya relación de las distancias á los puntos dados sea igual á una razón dada.—Las paralelas que determinan partes iguales sobre una secante dada, determinan partes iguales sobre cualquiera otra secante.

22.

• Unas rectas paralelas dividen dos secantes en partes proporcionales.—Toda recta que corta en una misma relación á dos lados de un triángulo es paralela al tercer lado.—Toda recta paralela á un lado de un triángulo determina un segundo triángulo semejante al primero.—Demostración de los tres casos de semejanza de los triángulos.—Dos triángulos que tienen sus lados respectivamente paralelos ó perpendiculares son semejantes.

23.

En todo triángulo rectángulo: 1º, cada cateto es medio proporcional entre su proyección sobre la hipotenusa y la hipotenusa entera; 2º, la altura es media proporcional entre los dos segmentos que determina sobre la hipotenusa.—La perpendicular bajada de un punto de la circunferencia sobre el diámetro, es media proporcional entre los dos segmentos que determina sobre dicho diámetro.—El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual á la suma de los cuadrados de los catetos.

24.

En un triángulo cualquiera, el cuadrado del lado opuesto á un ángulo agudo es igual á la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos dos veces el producto del segundo por la proyección del tercero sobre el segundo.—En un triángulo obtusángulo, el cuadrado del lado opuesto al ángulo obtuso es igual á la suma de los cuadrados de los otros dos lados más dos veces el producto del segundo lado por la proyección del tercero sobre el segundo.

25.

La suma de los cuadrados de dos lados cualesquiera de un triángulo es igual á dos veces el cuadrado de la mediana del tercer lado más dos veces el cuadrado de la mitad de este mismo lado.—La diferencia de los cuadrados de los lados de un triángulo es

igual al doble producto del tercer lado por la proyección de la mediana correspondiente sobre este lado.—En todo triángulo, la bisectriz de un ángulo interno ó externo divide al lado opuesto en partes proporcionales.

26.

Cuando dos cuerdas se cortan, el producto de los dos segmentos de una es igual al producto de los dos segmentos de la otra. Si dos secantes parten de un mismo punto fuera de un círculo, el producto de la primera secante por su parte externa es igual al producto de la segunda por su parte externa.—Si desde un punto exterior de un círculo parten una tangente y una secante, la tangente es media proporcional entre toda la secante y su parte externa.

27.

El producto de dos lados de un triángulo es igual al producto de dos rectas que forman ángulos iguales con los lados, estando limitada una de las rectas por la base del triángulo, y la otra, por la circunferencia del círculo circunscrito á este triángulo.—El producto de dos lados de un triángulo es igual al producto de los segmentos determinados sobre el tercero por la bisectriz del ángulo opuesto, más el cuadrado de esta bisectriz.—El producto de dos lados cualesquiera de un triángulo es igual al producto de la altura relativa al tercer lado por el diámetro del círculo circunscrito.

28.

Expresión de la diagonal del cuadrado en función del lado. Expresión del lado del cuadrado en función del radio.—El lado del exágono regular inscrito es igual al radio del círculo circunscrito.—Expresión del lado del triángulo equilátero inscrito en función del radio.—El lado del decágono regular inscrito es igual al segmento mayor del radio dividido en media y extrema razón.

29.

Expresión del lado del pentágono regular inscrito en función del radio.—Conociendo el radio del círculo y el lado del polígono regular inscrito, calcular el lado del polígono circunscrito semejante.—Conociendo el lado de un polígono regular inscrito y el radio del círculo circunscrito, calcular el lado del polígono regular inscrito de un número doble de lados.—Conociendo la apotema y el radio de un polígono regular cualquiera, calcular la apotema y el radio del polígono regular isoperímetro de un número doble de lados.

30.

Cálculo de $\sqrt{3}$: método de los perímetros.—Cálculo de $\sqrt{3}$: método de los isoperímetros.

31.

Superficie.—Área.—Dimensiones.—Dos rectángulos de la misma altura son entre sí como sus bases.—Dos rectángulos cualesquiera son entre sí como los productos de las bases por las alturas.—El área de un paralelogramo es igual al producto de su base por la altura.—El área de un triángulo es igual á la mitad del producto de la base por la altura.

32.

El área del trapecio es igual al producto de la semisuma de las bases por la altura.—El área de un polígono regular es igual á la mitad del producto del perímetro por la apotema.—El área del círculo es igual á la mitad del producto de la circunferencia por el radio.—Dos triángulos semejantes son entre sí como los cuadrados de los lados ó de dos líneas homólogas.

33.

Dos polígonos semejantes son entre sí como los cuadrados de las líneas homólogas.—Dos triángulos que tienen un ángulo igual son entre sí como los productos de los lados que forman el ángulo igual.—El cuadrado construído sobre la suma de dos rectas es igual á la suma de los cuadrados construídos sobre estas dos rectas más dos veces el rectángulo construído con estas mismas rectas.

34.

El cuadrado construído sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual á la suma de los cuadrados construídos sobre los catetos.—Área del triángulo equilátero en función del lado.

GEOMETRIA EN EL ESPACIO.

1.

Toda paralela á una recta de un plano es paralela á este plano.—Si una recta y un plano son paralelos, todo plano trazado por la recta y que corte al primer plano, tendrá su intersección paralela á la recta dada.—Dados una recta y un plano paralelos, si se traza una paralela á la recta por un punto cualquiera del plano, la línea así trazada está situada en el plano.—Toda recta paralela á dos planos que se cortan lo es también á su intersección.

2.

Para que dos planos sean paralelos, se necesita y basta que uno de ellos contenga dos rectas concurrentes y paralelas al otro plano.—Si dos rectas son paralelas, todo plano que corta á una de ellas corta á la otra.—Dos rectas paralelas comprendidas entre dos planos paralelos son iguales.—Tres planos paralelos interceptan sobre dos rectas cualesquiera segmentos proporcionales. Dos ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos son iguales ó suplementarios y sus planos son paralelos.

3.

Toda recta perpendicular á otras dos rectas trazadas por su pié en un plano, es perpendicular á dicho plano.—Por un punto dado se puede trazar un plano perpendicular á una recta y nada más que uno.—Desde un punto tomado fuera de un plano se puede bajar una perpendicular sobre dicho plano.—Si dos rectas son paralelas, todo plano perpendicular á una de ellas lo es igualmente á la otra.

4.

Dos rectas perpendiculares á un mismo plano son paralelas entre sí.—Si dos planos son paralelos, toda recta perpendicular á uno de ellos lo es igualmente al otro.—Dos planos perpendiculares á una misma recta son paralelos.—Si desde un punto tomado fuera de un plano se bajan á este plano una perpendicular y varias oblicuas: 1º, La perpendicular es menor que cualquiera oblicua; 2º, las oblicuas cuyos pies se separen igualmente del pié de la perpendicular, son iguales; 3º, de dos oblicuas, la mayor es aquélla cuyo pié se separa más del pié de la perpendicular.

5.

Definiciones: Angulo diedro.— Diedros adyacentes.— Diedro recto, agudo, obtuso.—Plano bisector.—Diedros suplementarios y complementarios; opuestos al vértice.—Planos perpendiculares.—Angulo plano.—Teoremas: Dos diedros iguales tienen ángulos planos iguales.—La relación de dos ángulos diedros es la misma que la de sus ángulos planos.—El ángulo plano de un diedro recto es recto.—Si una recta y un plano son perpendiculares, todo plano trazado por la recta es perpendicular al primer plano.

6.

Si dos planos son perpendiculares, toda recta trazada en uno de ellos perpendicularmente á su intersección es perpendicular al otro plano.—Si dos planos son perpendiculares y por un punto del primero se traza una recta perpendicular al segundo, estará contenida por completo en el primer plano.—Si dos planos que se cortan son perpendiculares á un tercero, su intersección también será perpendicular al tercer plano.—Todo plano perpendicular á la intersección de otros dos planos es perpendicular á cada uno de ellos.

7.

Definiciones: Proyección de un punto.—Proyección de una figura.—Angulo de una recta y de un plano.—El ángulo que forma una recta con su proyección sobre un plano es menor que el ángulo que forma con cualquiera otra recta trazada por su pié en este plano.—Si una recta se mueve sobre una de las caras de un diedro, el ángulo que forma con su proyección sobre la otra cara es máximo cuando esta recta es perpendicular á la intersección de los dos planos.—A dos rectas cualesquiera en el espacio, se les puede trazar una perpendicular común y una sóla; esta perpendicular es la más corta distancia entre las dos rectas.—Dos figuras simétricas con relación á un eje son sobreponibles.

8.

Si dos figuras son simétricas con relación á un plano, se pue-

den colocar de tal manera que sean simétricas con relación á un centro tomado arbitrariamente en dicho plano.—Una figura plana cualquiera tiene por simétrica otra figura plana igual á la primera.—La figura simétrica de un segmento rectilíneo es un segmento rectilíneo.—Un ángulo diedro tiene por simétrico otro ángulo diedro igual al primero.

9.

Definiciones: Ángulo sólido.—Triedro.— Toda cara de un triedro es menor que la suma de las otras dos y mayor que su diferencia.—La suma de las caras de todo ángulo sólido convexo es menor que cuatro ángulos rectos.—Dos triedros son iguales cuando tienen una cara igual adyacente á diedros respectivamente iguales y dispuestos semejantemente.—Dos triedros son iguales cuando tienen un diedro igual formado por caras respectivamente iguales y dispuestas semejantemente.—Dos triedros son iguales cuando tienen las caras respectivamente iguales.

10.

Definiciones: Poliedro.—Prisma.—Altura.—Trozo de prisma.—Prisma regular.—Teoremas: Las secciones hechas en un prisma por planos paralelos son polígonos iguales.—Dos prismas rectos de igual base y altura son iguales.—Dos prismas cualesquiera son iguales cuando las tres caras de un ángulo sólido son iguales y dispuestas en el mismo orden.—La superficie lateral de un prisma es igual al producto del perímetro de la sección recta por la arista lateral.

11.

Definiciones: Paralelepípedos.—Cubo.—Dimensiones.—Teoremas: Las caras opuestas de un paralelepípedo son iguales y paralelas.—Toda sección plana que encuentre cuatro aristas paralelas de un paralelepípedo es un paralelogramo.—Las diagonales de un paralelepípedo se cortan en su mitad.—En un paralelepípedo rectángulo, el cuadrado de la diagonal es igual á la suma de los cuadrados de las tres dimensiones.

12.

Definiciones: Pirámides.—Vértice.—Altura.—Apotema de una pirámide.—Tronco de pirámide.—Pirámide regular.—Teoremas: Si una pirámide es cortada por un plano paralelo á la base: 1º, las aristas laterales y la altura quedan divididas en una misma relación; 2º, la sección y la base son dos polígonos semejantes; 3º, estos polígonos son entre sí como los cuadrados de sus distancias al vértice de la pirámide.—Si dos pirámides tienen igual altura, las secciones hechas á igual distancia de los vértices, paralelamente á las bases, son entre sí como las mismas bases.

13.

Dos tetraedros son iguales cuando tienen un diedro igual comprendido entre dos caras respectivamente iguales y semejantemente dispuestas.—Dos tetraedros son iguales cuando tienen una cara igual adyacente á diedros respectivamente iguales.—Dos tetraedros son iguales cuando tienen tres caras respectivamente iguales y dispuestas de la misma manera.—La superficie lateral de una pirámide regular es igual á la mitad del producto del perímetro de la base por la apotema.

14.

Definiciones: Volumen de un cuerpo.—Sólidos iguales.—Sólidos equivalentes.—Teoremas: Todo prisma oblicuo es equivalente al prisma recto que tiene por base la sección recta del primero y por la altura su arista lateral.—Dos paralelepípedos rectángulos de la misma base son entre sí como sus alturas.—Dos paralelepípedos de la misma altura son entre sí como sus bases.—Dos paralelepípedos rectángulos son entre sí como los productos de sus tres dimensiones.

15.

El volumen de un paralelepípedo recto es igual al producto de su base por su altura.—El volumen de un paralelepípedo cualquiera es igual al producto de su base por su altura.—El plano trazado por las aristas opuestas de un paralelepípedo divide á este sólido en dos prismas triangulares equivalentes.—El volumen de un prisma cualquiera tiene por medida el producto de su base por su altura.—El volumen de un prisma cualquiera es igual al producto de la sección recta por una arista lateral.

16.

La pirámide triangular es el límite hacia el cual tiende la suma de los prismas inscritos, cuando se divide la arista en un número más y más grande de partes iguales.—Dos pirámides de igual altura y de bases equivalentes son equivalentes.—Cualquiera prisma triangular puede descomponerse en tres pirámides equivalentes.—El volumen de una pirámide cualquiera es igual á la tercera parte del producto de su base por su altura.

17.

Expresión del volumen del tetraedro regular en función de su arista.—Dos tetraedros que tienen un ángulo sólido igual son entre sí como los productos de las aristas que comprenden este ángulo.—Un trozo de pirámide de bases paralelas es equivalente á la suma de tres pirámides de la misma altura que el trozo y cuyas bases respectivas son las dos bases del trozo y su media geométrica.—Un trozo de prisma triangular es equivalente á la suma

de tres pirámides que tengan por base común una de las bases del trozo y por vértices los vértices de la otra base.

18.

Definiciones: Poliedros semejantes.—Elementos homólogos.—Teoremas: Los volúmenes de dos poliedros semejantes son entre sí como los cubos de sus dimensiones homólogas.—Todo plano paralelo á la base de una pirámide determina una nueva pirámide semejante á la primera.—Dos tetraedros son semejantes cuando tienen un diedro igual formado por caras respectivamente semejantes y semejantemente dispuestas.

19.

Definiciones: Sólido de revolución.—Superficie de revolución.—Figura generatriz.—Cilindro de revolución.—Trozo de cilindro.—Teoremas: La superficie lateral de un cilindro de revolución es igual al producto de la circunferencia de la base por la altura del cilindro.—El volumen de un cilindro de revolución es igual al producto de su base por su altura.—En un trozo de cilindro de revolución la superficie lateral es igual al producto de la circunferencia de la base por el eje del trozo.

20.

Definiciones: Superficie cilíndrica.—Cilindro cualquiera.—Sección recta.—Cono de revolución.—Trozo de cono.—Teoremas: La superficie lateral de un cono de revolución es igual á la mitad del producto de la circunferencia de la base por la generatriz.—El volumen del cono de revolución es igual al tercio del producto de su base por su altura.—La superficie lateral de un trozo de cono de revolución es igual al producto de la semisuma de las circunferencias de las bases por la generatriz.—Un trozo de cono de revolución es equivalente á la suma de tres conos de igual altura que el trozo y que tienen respectivamente por bases las dos bases del trozo y su media geométrica.

21.

Definiciones: Superficie cónica.—Mantos.—Cono cualquiera.—Esfera.—Teoremas: Cualquiera sección plana de una esfera es un círculo.—Todo plano perpendicular á la extremidad de un radio de una esfera es tangente á esta esfera.—La intersección de dos esferas es un círculo y la línea de los centros es perpendicular al plano de este círculo y pasa por su centro.—Hallar el radio de una esfera.—Por cuatro puntos que no están en un mismo plano pasa una esfera y sólo una.

22.

Definiciones: Zona.—Altura de la zona.—Huso.—Angulo de un huso.—Teoremas: Cuando una recta y un eje están en un

mismo plano, la superficie engendrada por la recta al jirar alrededor del eje se obtiene multiplicando la proyección de la recta sobre el eje, por la circunferencia que tuviera por radio la perpendicular levantada en la mitad de la generatriz y terminada en el eje. — Si una línea poligonal regular jira alrededor de un eje situado en su plano y que pase por su centro, la superficie engendrada es igual al producto de la circunferencia que tuviera por radio la apotema de la línea quebrada, por la proyección de esta misma línea quebrada sobre el eje.

23.

El área de una zona es igual al producto de la circunferencia de la esfera por la altura de la zona. — El área de la esfera es igual al producto de su circunferencia por su diámetro. — El área de un huso es a la superficie de la esfera como el ángulo de este huso es á cuatro rectos. — Si un triángulo jira alrededor de un eje trazado en su plano por uno de los vértices, el volumen engendrado es igual al tercio del producto de la superficie que describe el lado opuesto al vértice fijo por la altura que corresponde á este vértice.

24.

Definiciones: Sector esférico.—Cuña esférica.—Segmento esférico.—Teoremas: Si un sector poligonal regular jira alrededor de un eje trazado en su plano por su centro, el volumen engendrado es igual al tercio del producto de la superficie que describe la línea poligonal, por la apotema.—El volumen de un sector esférico es igual al tercio del producto de la zona correspondiente á este sector, por el radio.—El volumen de la esfera es igual al tercio del producto de su superficie por el radio.

25.

Una cuña esférica es á la esfera entera como el ángulo de esta cuña es á cuatro rectos.—Si un segmento circular jira alrededor de un diámetro exterior á este segmento, el volumen engendrado es el sexto del producto del círculo q. tuviera por radio la cuerda del segmento por la proyección de esta misma cuerda sobre el eje de revolución.—El volumen de un segmento esférico es igual á la esfera que tuviera por diámetro la altura del segmento, más el cilindro de igual altura que tuviera por base la semisuma de las bases del segmento.

26.

El volumen de la esfera es los dos tercios del volumen del cilindro circunscrito, y la superficie de la esfera es los dos tercios de la superficie total de este mismo cilindro.—Dados una esfera, un cilindro circunscrito á esta esfera y un cono de dos mantos inscritos, si se traza un plano cualquiera perpendicular al eje, la sección de la esfera es igual á la diferencia de las secciones del cilin-

dro y del cono.—Dados una esfera, un cilindro inscrito á esta esfera y un cono de dos mantos inscrito al cilindro, si se trazan dos planos cualesquiera perpendiculares al eje común de las tres figuras, el segmento esférico comprendido entre estos dos planos es igual á la diferencia de los segmentos cilíndrico y cónico correspondientes.

Fin del Programa No. 3.

PROGRAMA No. 1.

ASTRONOMIA.

ASTRONOMIA.

1.

Las estrellas.—Movimiento diurno.—Primer aspecto del cielo.—Lo que se entiende por distancia angular, esfera celeste, eje del mundo, ecuador, círculos horarios, círculos paralelos.—Vertical de un lugar, zenit, nadir, horizonte visible, horizonte racional, plano meridiano, meridiana, puntos cardinales.

2.

Teodolito.—Determinación del plano meridiano.—Determinación del eje del mundo.—Ecuatorial ó máquina paraláctica. El movimiento de una estrella es circular.—El movimiento es uniforme.—El día sidereal es constante.—La tierra es infinitamente pequeña con respecto á la distancia de las estrellas.—Esfera oblicua.—Salida y puesta de las estrellas.

3.

Esfera celeste.—Coordenadas celestes.—Ascensión recta. Declinación.—Medida de la ascensión recta.—Medida de la declinación.

4.

La tierra.—Forma y rotación de la tierra.—La tierra es esférica.—Depresión del horizonte.—Convexidad de la tierra. Primera medida de la tierra.—Coordenadas geográficas.

5.

Teorema de la longitud, su demostración.—Medida de la longitud: método de las señales; por los fenómenos astronómicos, por los cronómetros.—Teorema de la latitud, su demostración.—Me-

dida de la latitud: por una estrella circumpolar, por una sola observación.

6.

Aspecto del cielo en diferentes latitudes.—Esfera oblicua, esfera recta, esfera paralela.—Todos los movimientos observados son movimientos relativos.—Explicación del movimiento diurno por la rotación de la tierra.—Pruebas de la rotación de la tierra.

7.

Medida de la tierra.—Arco de un grado.—Método de triangulación.—Medidas de una base.—Depresión de la tierra.—Elipsoide terrestre.—La depresión de la tierra es una consecuencia de su rotación.

8.

Refracción atmosférica y paralaxes.—Pesadez del aire.—Utilidad de la atmósfera.—Luz difusa.—Invisibilidad de las estrellas durante el día.—Crepúsculo.—Refracción atmosférica.—Cintilación.

9.

Paralaxes.—Definición.—La paralaxe de un astro depende de la distancia del astro al centro de la tierra. (Demostración). Corrección de la paralaxe.

10.

El sol.—Movimiento circular del sol.—Definiciones.—Eclíptica, equinoccios, solsticios, día solar, año trópico, estaciones, zodiaco, signos del zodiaco.—Determinación de los equinoccios. Oblicuidad de la eclíptica.—Longitud y latitud de los astros.

11.

Estaciones.—Desigualdad de los días y de las noches.—Altura meridiana del sol.—Gnomón.—Variación de la temperatura.

12.

Climas.—Definiciones: trópicos terrestres, círculos polares. Zona glacial y zona tórrida.—Distribución de las temperaturas.

13.

Vientos.—Causa general de los vientos, vientos del este, vientos alisios, vientos del oeste.—Corrientes marítimas.—Monzones.—Brisas.—Calendario: corrección juliana.—Corrección gregoriana.

14.

Movimiento elíptico del sol.—La órbita es plana.—Variación del movimiento en longitud.—Variación del diámetro aparente Excéntrico de los antiguos, perigeo, apogeo.

15.

La órbita del sol es una elipse.—Ley de las áreas.—Ecuación del centro.

16.

Tiempo medio.—El día solar es más grande que el día sideral.—Desigualdad de los días solares.—Tiempo medio.—Ecuación del tiempo.

17.

Desigualdad de las estaciones.—Desigualdades del movimiento elíptico.—Movimiento de la tierra alrededor del sol.—Movimiento circular, movimiento elíptico, perihelio, afelio.

18.

Precesión de los equinoccios.—Retrogradación de los puntos equinocciales.—Año sideral, trópico, anomalístico.—Movimiento del eje de la tierra.—Nutación.

19.

Constitución física del sol.—Distancia del sol á la tierra.—Tamaño del sol.—Rotación del sol.—Manchas del sol.—Constitución del sol.—Luz zodiacal.

20.

Movimiento de la luna.—Movimiento propio de la luna.—Revolución sinódica de la luna, lunación.—Número de oro de los antiguos.

21.

Fases de la luna.—Explicación de las fases de la luna.—Salida y puesta de la luna.—Fases de la tierra vista desde la luna.—Luz cenicienta.

22.

Movimiento elíptico de la luna.—Nudos.—La órbita es sensiblemente plana.—La órbita es una elipse.—Retrogradación de los nudos.

23.

Paralaxe de la luna.—Tamaño de la luna.

24.

Eclipses.—Eclipse de la luna.—Tamaño del cono de sombra.—Sección del cono de sombra.—Por qué no hay eclipse en cada oposición.—Condición de eclipse.—Cono de penumbra.

25.

Eclipses de sol.—Condición de eclipse.—Tamaño del cono de sombra proyectado por la luna.—Eclipses totales.—Eclipses anuales.

26.

Constitución física de la luna.—Rotación de la luna.—Libración en longitud.—Libración en latitud.—Libración diurna. Aspecto del cielo visto desde la luna.—Ausencia de atmósfera. Montañas y volcanes lunares.

27.

Los planetas.—Movimiento de los planetas.—Movimiento aparente.—Elongación, estación y retrogradación de un planeta. Número de planetas conocidos por los antiguos.—Planetas inferiores.—Planetas superiores.—Variación del diámetro aparente. Fases de Venus.

28.

Movimiento de los planetas alrededor del sol.—Explicación de los movimientos aparentes.

29.

Leyes de Képler.—Longitud y latitud geocéntricas.—Longitud y latitud heliocéntricas de un astro.—Nudos.—Inclinación, su determinación.—Determinar por medio de la longitud y la latitud geocéntricas, la posición de un planeta en el plano de su órbita.

30.

Enunciado y demostración de la 1ra, 2da, y 3ra. ley de Képler.—Determinación de una órbita planetaria por tres observaciones.

31.

Ley de Bode.—Variaciones de los elementos elípticos, variaciones periódicas y seculares.

32.

Estudio de Mercurio y Venus.—Pasos de Venus por el disco del sol.

33.

Paralaxe del sol.—Su determinación.

34.

Estudio de los planetas.—Marte, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno.—Estudio de los pequeños planetas.

35.

Los cometas: aspecto general de los cometas.—Opiniones de los antiguos acerca de la naturaleza de los cometas.—Cometa de Halley.—Cometa de Encke.—Cometa de Biela.

36.

Estudio de las exhalaciones.—Variaciones periódicas del nú-

mero de exhalaciones.—Apariciones extraordinarias de exhalaciones.—Analogía entre las exhalaciones y los cometas.—Bóridos y aerolitos.

37.

Astronomía estelar.—Movimientos propios de las estrellas.—Aberración de la luz.

38.

Estudio de las estrellas dobles, múltiples, periódicas, cambiantes, temporales y de colores.

39.

Nebulosas.—Aglomeraciones estelarias.—Vía Láctea.—Nebulosas propiamente dichas.

40.

Nociones de Mecánica celeste: Atracción universal (generalidades).—Fuerza centrípeta, su expresión.—Ley de la atracción que ejerce el sol sobre los planetas.

41.

Comprobación de la ley de Newton por el movimiento de la luna.—Enunciado de la ley de atracción universal.—Propiedad del centro de gravedad.

42.

Movimientos relativos de diferentes cuerpos de un sistema.—Masas de los planetas.

43.

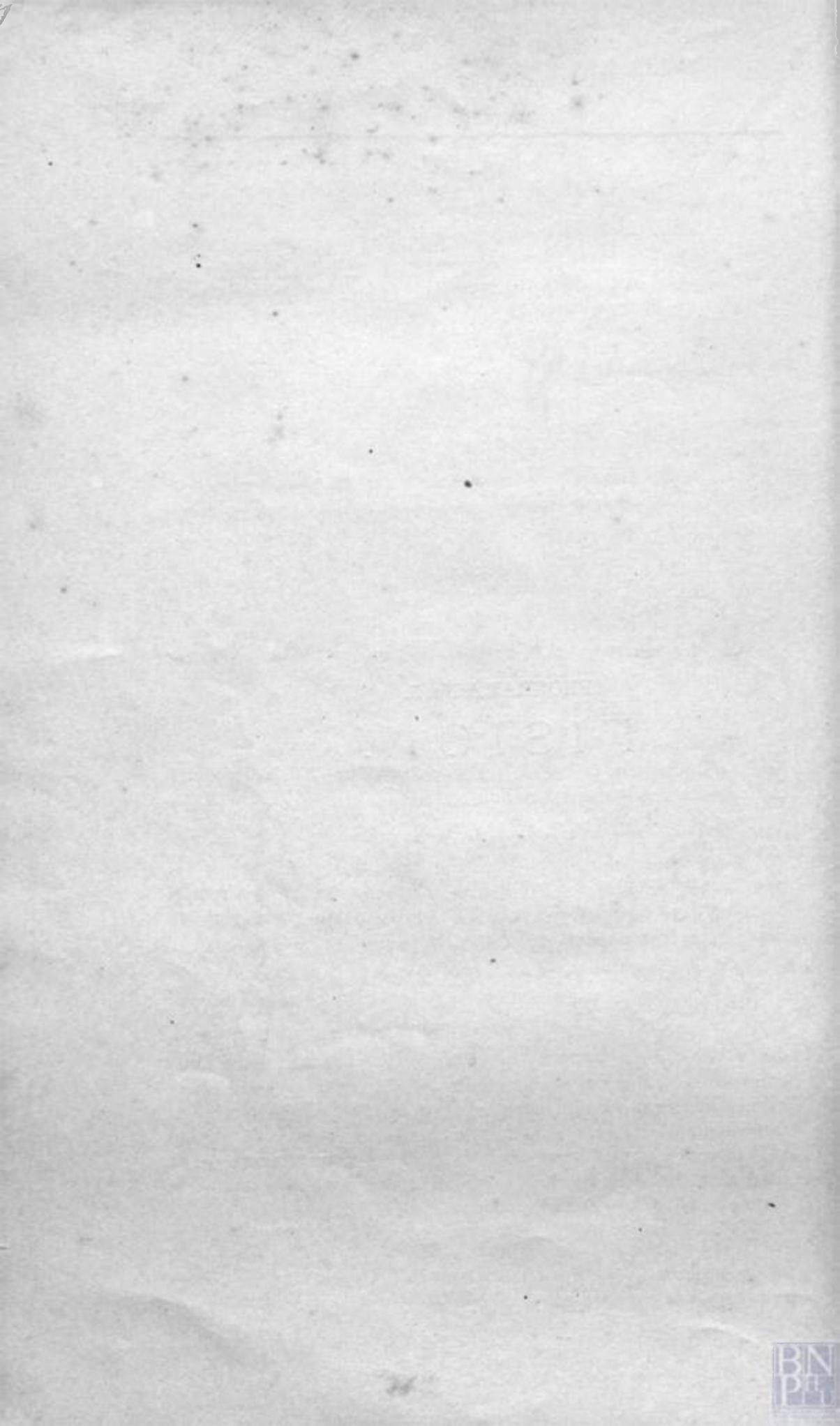
Depresión de la tierra.—Precesión de los equinoccios.

44.

Mareas.—Flujo y reflujo.—Mareas altas y mareas bajas.—Marea lunar.—Marea solar.

PROGRAMA No. 5.

FISICA.



FISICA.

1.

Objeto y división de la Física.—Fenómenos físicos.—Leyes físicas.—Hipótesis y teorías.

2.

Unidades métricas de longitud.—Unidades métricas de superficie.—Planímetro; su uso.—Regla de Simpson.—Unidades métricas de volumen y sus aplicaciones.

3.

Peso y sus unidades.—Diversos aparatos para medir el peso.—Peso específico.—Problemas: Cuánto pesa una carretada de arena cuyo volumen es 1 m^3 ?.—Determinése el volumen de un martillo de hierro que pesa 72 g.—Otros problemas análogos.

4.

Cohesión.—Cuerpos duros.—Cuerpos dúctiles.—Cuerpos frágiles.—Cuerpos elásticos.—Medida de la cohesión.—Elasticidad y resistencia.—Límite de elasticidad.—Coeficiente de alargamiento.—Valor del alargamiento.—Coeficiente de seguridad. Fibras neutras.—Problemas: ¿Qué alargamiento experimentará un alambre de cobre de 2m. de longitud y 5 m^2 de sección bajo la acción de una carga de 10 kg. ? ¿Cuál debiera ser la carga para alcanzar el límite de elasticidad y cuál para determinar la rotura?—Otros problemas análogos.

5.

Adherencia.—Difusión.—Osmosis.—Capilaridad.—Leyes relativas á la capilaridad.

6.

Fuerza y movimiento.—Diversas clases de movimiento. Movimiento uniforme.—Cálculo de los elementos que entran en la fórmula del movimiento uniforme.—Representación gráfica del movimiento uniforme.—Movimiento circular uniforme.—Medición práctica de velocidad.—Problema: ¿Cuál es el espacio recorrido en un día por un punto de la periferia de una polea de radio igual á 80 cm. y que marche á 30 revoluciones por minuto?. Otros problemas análogos.

7.

Inercia.—Movimiento uniformemente variado; causa de este movimiento.—Fórmulas del movimiento uniformemente variado. Representación gráfica del movimiento uniformemente variado. Masa.—Propiedad fundamental de la masa.—Aceleración de una trayectoria horizontal.—Aceleración de la caída vertical.—Fórmula de la aceleración.—Concepto de la dina.—Problema: Sobre un tren de 200 toneladas actúa una fuerza de tracción de 18 toneladas. ¿Con qué aceleración se moverá? ¿Qué camino recorrerá en 6 segundos?.—Otros problemas análogos.

8.

Aceleración de la gravedad.—Determinación del espacio recorrido por un cuerpo que cae libremente y de la velocidad del mismo.—Caída de los cuerpos en el vacío.—Problema: ¿Qué tiempo empleará una piedra en caer verticalmente desde lo alto de una torre de 100 m. y cuál será la velocidad final?.—Otros problemas análogos.

9.

Tensión y presión.—Principio de la acción y de la reacción. Cualidades que caracterizan toda fuerza.—Representación gráfica de las fuerzas.—Equilibrio de tres fuerzas.—Determinación gráfica de la resultante de dos fuerzas aplicadas á un punto; determinación de la misma por el cálculo.—Determinación de la resultante de varias fuerzas.—Descomposición de una fuerza en dos componentes.—Problema: Un vapor navega hacia el Este con una velocidad de A millas marinas por hora, mas de pronto sopla un viento Norte que lo arrastra hacia el Sur con una velocidad de B millas marinas por hora. ¿En qué dirección correrá el buque?

10.

Composición de fuerzas no aplicadas al mismo punto: 1º, caso en que las fuerzas se cortan; 2º, caso en que las fuerzas son paralelas; 3º, caso de dos fuerzas antiparalelas.—Comprobación experimental de todos estos casos.

11.

Centro de gravedad de un cuerpo.—Manera de sostenerse un cuerpo.—Diversas clases de equilibrio.—Condiciones de estabilidad.—Problemas: ¿Dónde está el centro de gravedad de un alambre de 24 cm. de longitud, una vez doblado de modo que la longitud de un lado sea 18 cm. y la del otro de 6 cm.?—Un volante de 95 kg. lleva en el borde, á 2.20 m. del eje, un contrapeso de 15 kg. ¿Dónde se encuentra el centro de gravedad de la rueda? Otros problemas.

12.

Trabajo; su unidad.—Fórmula del trabajo.—Representación gráfica del trabajo.—Potencia; su unidad.—Fórmula de la potencia.—Transformaciones del trabajo.—Regla de oro de la Mecánica.—Fuerza viva.—Valor total del trabajo que un cuerpo dotado de velocidad V , puede desarrollar.—Problema: ¿Qué energía posee un vagón de tren de viajeros, de 7000 kg. de peso, cuando marcha á la velocidad de 76 km. por hora?—Otros problemas.

13.

Momento de inercia.—Valor numérico del momento de inercia.—Rozamiento.—Magnitud del rozamiento.—Diversas clases de rozamiento.—Rozamiento de los ejes.—Ventajas é inconvenientes del rozamiento.—Problema: ¿Qué fuerza es necesaria para arrastrar un coche de tranvía (en el que viajan 30 personas, de 75 kg) sobre los carriles ($f=0,001$)?.—Otros problemas análogos.

14.

Palanca.—Géneros de palanca.—Equilibrio de la palanca. Problema: Por medio de una barra de 3 m. de longitud llevan dos obreros una carga de 100 kg. suspendida de dicha barra á 1.8m. del obrero que va delante ¿Cuál es la carga correspondiente á cada obrero?—Otros problemas análogos.

15.

Balanza.—Condiciones de exactitud de la balanza: condiciones de sensibilidad.—Empleo de balanzas inexactas.—Báscula Romana.—Poleas.—Polea diferencial.—Montacargas hidráulicos.—Problema: ¿Qué fuerza se necesita para elevar por medio de un motón de seis poleas, un bloque de mármol de $\frac{1}{2}$ m.³ de volumen?—Otros problemas análogos.

16.

Torno.—Engranajes.—Plano inclinado.—Pendiente.—Ángulo de rozamiento.—Caída á lo largo de un plano inclinado.

Problemas: Un cabrestante tiene un cilindro de radio $r=10$ centímetros y la longitud de los espeques es $R=1$ m. ¿Qué carga podrán izar con él dos obreros, si cada uno de ellos puede desarrollar un esfuerzo de 45 kg.?. — Un tren de 250 toneladas sube una cuesta cuya pendiente es 2% ¿Qué fuerza será necesaria si el rozamiento alcanza á 1 y medio %?.—Otros problemas análogos.

17.

Cuña; descomposición de su potencia.—Tornillo; su formación y aplicación.—Rendimiento de las máquinas.—Problema: ¿Qué potencia habrá que aplicar á un motón de cuatro poleas para levantar un peso de 170 kg.?.—Otros problemas análogos.

18.

Fundamento de la composición de movimiento.—Movimiento parabólico de los cuerpos pesados.—Movimiento circular uniforme.—Aparato centrifugador.—Problema: Se trata de lanzar con una velocidad inicial de 31.3m. por seg. una piedra contra un blanco situado á la distancia de 50m. ¿Cuál debe ser el ángulo de inclinación?.—Un tren que marcha con la velocidad de $c=11$ m. por seg. atraviesa un puente convexo cuya curvatura tiene un radio de $r=1000$ m. ¿En cuánto resulta, para el puente, aligerado cada kilogramo de carga?.—Otros problemas.

19.

Péndulo.—Leyes del péndulo.—Péndulo físico ó compuesto. Relojos.—Concepto del impulso.—Choque central de los cuerpos inelásticos.—Choque central de los cuerpos elásticos.—Problema: Un péndulo verifica 114.6 oscilaciones por minuto ¿Cuántos cm. se le debe alargar para que verifique en igual tiempo 5.6 oscilaciones menos?.—Otros problemas.

20.

Influencia de la gravedad sobre la forma de los líquidos. Trasmisión de la presión; su ley.—Prensa hidráulica.—Válvulas. Problema: El pistón de un acumulador hidráulico tiene 1 m. de diámetro y ejerce una presión de 8 kg. por cm.^2 ; ¿qué potencia desarrollará cuando el pistón descienda 0,5 metros en $\frac{1}{2}$ minuto?. Otros problemas.

21.

Presión sobre el fondo.—Presión sobre las paredes.—Efectos de la presión lateral.—Molinete hidráulico.—Tipos antiguos de ruedas hidráulicas.—Vasos comunicantes.—Problemas: ¿Qué presión tendría que resistir un buzo á 120 m. de profundidad? Dos vasos comunicantes contienen respectivamente agua y petró-

leo; la altura del agua es $h=20$ cm. y la del petróleo $h'=25$ cm. ¿Cómo se puede deducir de estos datos el peso específico del petróleo?—Otros problemas.

Empuje hacia arriba.—Principio de Arquímedes.—Flotación.—Estabilidad de los cuerpos flotantes.—Problema: ¿Cuánto pesa, sumergido en el agua, 1 kg. de hierro ($e=7.2$) y cuánto 1 kg. latón ($e=8.4$)?—Otros problemas.

22.

Peso específico de los sólidos; su determinación mediante el principio de Arquímedes.—Areómetro de Nicholson.—Peso específico de los líquidos; su determinación mediante el principio de Arquímedes.—Areómetros.—Salida de los líquidos.—Contador de agua.

23

Teoría cinética de los gases.—Origen de la presión atmosférica.—Valor de la presión atmosférica.—Barómetros.—Aplicaciones del barómetro.

24.

Ley de Mariotte.—Manómetros.—Sifón.—Bombas.—Aplicaciones de las bombas.—Rosca de Arquímedes.

25.

Frasco lavador.—Bomba de incendios.—Frasco de Mariotte.—Máquina neumática de pistón.—Máquinas neumáticas usuales.—Experimentos con la máquina neumática.—Bomba de compresión.

26.

Máquina neumática de mercurio.—Máquina neumática de Formm.—Peso específico de los gases.—Empuje hacia arriba en los gases.—Globos aerostáticos.—Gasómetros y contadores de gas.—Problema: ¿Cuánto pesa $1m.^3$ de aire á $0'$ y 720 m. m. de presión?.

27.

Imagen de una onda transversal.—Imagen de una onda longitudinal.—Mecanismo de la formación de ondas en el aire.—Fórmula del movimiento ondulatorio.—Interferencia.—Ondas reflejadas.

28.

Producción del sonido.—Propagación del sonido.—Eco.—Tono.—Cuerdas sonoras.—Diapasón.—Placas vibrantes.—Resonancia.—Organo de la voz.—Aparato auditivo.—Fonógrafo.

29.

Apreciación del grado de calor.—Efectos del calor sobre los

cuerpos.—Termómetros.—Comprobación de un termómetro. Termómetros de máxima y de mínima.—Termómetros metálicos.—Problema: ¿Cuál es la longitud de un grado en un termómetro de alcohol, cuyo depósito contiene 15 cm. de espíritu de vino, si la sección del tubo es 1mm?—Otros problemas.

30.

Dilatación de los sólidos.—Coeficientes de dilatación.—Dilatación cúbica.—Dilatación de los líquidos.—Dilatación de los gases.—Ley de Gay-Lussac.—Ley de Mariotte.—Problema: ¿Cuánto pesa el aire de una habitación de 8 x 5 x 4 metros C. y 720 mm. ?.—Otros problemas.

31.

Calor contenido en los cuerpos.—Trasmisión del calor.—Caloría.—Calor específico; su determinación.—Cálculo de la temperatura de una mezcla.—Medición de temperaturas elevadas. Calor específico de los gases.—Problema: ¿Qué cantidad de calor pierde una masa de vidrio que pesa $\frac{1}{4}$ kg. al enfriarse de la temperatura de 900° á la de 16° ?.—Otros problemas.

32.

Manantiales de calor.—Potencia calorífica.—Equivalencia mecánica del calor.—Principio de la conservación de la energía. Compresión de los gases.—Problemas: En una lámpara de petróleo se han consumido en una noche 125 g. de combustible, ¿qué cantidad de calor se ha producido?—20 litros de aire á la tensión de 1 at: (a) isotérmicamente, (b) adiabáticamente, hasta ocupar un volumen de 100 litros. ¿Cuál es el trabajo realizado en cada uno de los casos?—Otros problemas.

33.

Propagación del calor.—Irradiación del calor.—Leyes de la irradiación.—Fusión.—Solidificación.—Sobrefusión.—Problema: ¿Cuál es la temperatura de la mezcla de 1 kg. de agua á 100° con 1 kg. de nieve á 0° ?—Otros problemas.

34.

Evaporación.—Ebullición.—Estado esferoidal.—Calor de evaporización.—Propiedades de los vapores.—Vapores saturados y no saturados.—Problema: El volumen de vapor de una caldera es de 5 m. y la tensión de 5 kg. por cm.² ¿Cuántos kg. de vapor contiene la caldera?—Otros problemas.

35.

Liquidación de los gases.—Precipitación atmosférica.—Motores térmicos.—Inyectador de Giffard.

36.

Máquina de vapor.—División de las máquinas de vapor.—Cálculo de la potencia de una máquina.—Motores de combustión. Naturaleza del calor.

37.

Imán natural, imán artificial.—Polos y línea neutra.—Dirección de la fuerza magnética.—Acción recíproca de dos polos.—Experimento del imán roto.—Constitución de un imán.—Procedimientos de imanación.—Inducción magnética.—Ley de Coulomb.—Unidades magnéticas.—Problema: ¿Qué fuerza ejerce un polo de 10 unidades sobre otro de 5 unidades situado á 20 centímetros uno del otro?—Otros problemas.

38.

Campo magnético.—Determinación de la intensidad de un campo magnético.—Acción del hierro sobre las líneas de fuerza magnética.—Polos magnéticos de la tierra.—Declinación.—Inclinación.—Constante magnética terrestre.—Variaciones del magnetismo terrestre.—Magnetismo de posición.

39.

Cuerpos electrizados.—Electroscopio.—Cuerpos buenos conductores y cuerpos malos conductores.—Diversas clases de electricidad.—Ley de la neutralización.—Ley de Coulomb.—Unidad de cantidad eléctrica.—Distribución de la electricidad en los cuerpos conductores.—Densidad.—Voltage.—Capacidad.

40.

Influencia eléctrica.—Carga del electroscopio.—Manera de comportarse el electroscopio cargado.—Electróforo.—Máquinas eléctricas de frotamiento.—Ley de diferencia de tensión.

41.

Condensadores.—Capacidad de un condensador.—Máquinas eléctricas de influencia.—Efectos de la descarga eléctrica.—Tempestades y pararrayos.

42.

Descubrimiento de Galvani.—Experimentos fundamentales de Volta.—Serie y ley de tensiones de Volta.—Diferencia de tensión entre los conductores de primera y segunda clases.—Corriente galvánica.—Sentido é intensidad de la corriente eléctrica.—Unidad práctica de la intensidad.

43.

Acción de la corriente sobre la aguja magnética.—Galvanó-

metros.—El electroimán y sus aplicaciones.—Telégrafo electromagnético.

44

Campo magnético de una bobina.—Intensidad del campo magnético.—Movimiento de un núcleo de hierro dulce en el campo de una bobina.—Amperómetros.—Acción de los imanes sobre las corrientes.

45.

Acciones químicas de la corriente eléctrica.—Corriente de polarización.—Acumuladores.

46.

Ley de Ohm.—Resistencia de los conductores.—Unidad de resistencia.—Resistencia específica.—Fórmula de la resistencia eléctrica de un alambre.—Cajas de resistencia.

47.

Aplicaciones de la ley de Ohm á las distintas porciones de un circuito.—Ramificación de una corriente.—Medición de la intensidad de una corriente.—Puente de Wheatstone.—Medición de resistencia.

48.

Elementos voltaicos más usados.—Enlace de los elementos.—Problema: Se enlazan 12 elementos de Bunsen formando dos series de 6 elementos. La fuerza electromotriz de cada elemento es 1,82 V.; la resistencia interna 0,11 A; la resistencia exterior $R=6,4$ a. Hallar los valores de la intensidad I y de la tensión E entre los polos.—Otros problemas.

49.

Energía eléctrica.—Ley de Joule.—Aplicación de los efectos caloríficos de la corriente.—Secciones normales, piezas fusibles, luz de arco, luz de incandescencia, fusión y soldadura de los metales, preparación de sustancias.

50.

Leyes de Faraday acerca de la fuerza electromotriz inducida.—Principio de Lenz.

51.

Selfinducción.—Corrientes de Foucault.—Carrete de Ruhmkorff.—Modernas aplicaciones del carrete de inducción.—Rayo Röntgen, producción de ondas electromagnéticas, telegrafía sin hilos.

52.

Teléfono.—Producción de corrientes continuas.—Producción de corrientes alternativas.

53.

Producción de corrientes polifásicas.—Transformadores. Trasmisión del trabajo.—Corrientes termoeléctricas.

54.

Diversas hipótesis sobre la luz.—Ley de la propagación rectilínea.—Rayo y haz de luz.—Teoría geométrica de las sombras.—Casos y gráfica demostración.—Imágenes suministradas por las pequeñas aberturas.

55.

Determinación de la velocidad de la luz.—Principio del método y su demostración.—Métodos físicos.

56.

Iluminación.—Tipos de luz.—Definición de cada uno de ellos.—Fotómetros de Rumford y Bunsen.—Brillo intrínseco.

57.

Reflexión y difusión.—Espejos.—Su división y definición.—Leyes de la reflexión de la luz y su demostración.

58.

Formación de las imágenes en los espejos planos.—Casos de un punto y un objeto luminosos, gráfica demostración.—Regla.—Formación de las imágenes en los espejos planos que forman ángulo, y en los espejos paralelos.

59.

Problema del espejo giratorio, (demostración por los dos métodos) y su aplicación.

60.

Espejos curvos.—Su división.—Abertura, centros de curvaturas y figura, sección y eje principal, eje secundario.—Determinación de los focos principales, secundarios y virtuales en los espejos esféricos.

61.

Formación de las imágenes en los espejos cóncavos.—Imágenes de un punto y un objeto luminosos.—Caso de las imágenes reales, (gráfica demostración).

62.

Planos conjugados.—Diversas imágenes de un objeto rec-

tilíneo perpendicular al eje principal en un espejo cóncavo. (gráfica demostración en cada caso).

63.

Formación de las imágenes virtuales en los espejos cóncavos, (gráfica demostración).—Determinación de la distancia focal de un espejo cóncavo.

64.

Determinación de la fórmula general relativa á los espejos esféricos : $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ — Discusión.

65.

Determinación de la fórmula de Newton relativa á los espejos esféricos.—Discusión.

66.

Espejos convexos.—Diversas clases de focos é imágenes, (gráfica demostración de cada caso).

67.

Fórmula relativa á la magnitud de la imagen real. Discusión.

68.

Refracción de la luz.—Demostración de las leyes de Descartes.—Índice de refracción.—Determinar la dirección del rayo refractado, conocido el índice de los medios.

69.

Índice absoluto y relativo.—Láminas de caras paralelas.—Angulo, limite y reflexión total.—Espejismos.

70.

El prisma.—Partes esenciales del prisma.—Determinación de las fórmulas del prisma.

71.

Prismas de reflexión total y su aplicación.

72.

Lentes, su división y definición.—Mecanismo de la convergencia.—Eje principal y secundario.—Centro óptico.—Demostración de la propiedad del centro óptico.

73.

Foco principal y plano focal en las lentes convergentes.—Planos conjugados.

74.

Imágenes reales en las lentes convergentes.—Construcción y variación de la imagen de un objeto.—Imágenes virtuales. (gráfica demostración).

75.

Lentes divergentes.—Focos é imágenes de estas lentes. (gráfica demostración).

76.

Determinación de las fórmulas de las lentes convergentes.

77.

Dioptría.—Teorema de las convergencias.—Aberración de esfericidad.—Aplanetismo.—Aberración mínima.—Diafragmas. Aberración de refranjibilidad.—Faros.

78.

Mecanismo de la visión.—Acomodación.—Emetropía.—Mio-pía é hipermetropía.—Presbicia.—Mecanismo de la acomodación. Imágenes de Purkinje.—Astigmatismo y daltonismo.

79.

Partes de que consta el microscopio compuesto.—Condensador y diafragma iris.—Ocular de Huyghens.—Objetivos en seco y de inmersión. (gráfica demostración).

80.

Diferencia entre anteojos y telescopios.—Anteojos terrestre y astronómico.—Anteojos de Galileo y de prismas.

81.

Telescopios.—Diversas clases.—En qué consiste su diferencia. (gráfica demostración).

82.

Análisis espectral.—Espectros de absorción.—Ley de Kirchhoff.—Estudio y rayas del espectro solar.—Espectroscopio.—Su descripción.—Empleo de este aparato en las determinaciones astronómicas y médico-legales.

83.

Fosforescencia y fluorescencia.—Fosforoscopio.—Colores de las radiaciones.—Disco de Newton y colores complementarios.

84.

Fotografía.—Su historia.—Descripción de una cámara fo-

tográfica.—Placas sensibles.—Revelar, fijar y sus operaciones.
Positivo y negativo.—Fotografía ortocromática y en colores.

85.

Interferencia y difracción de la luz.—Doble refracción y sus
leyes.—Polarización de la luz.—Polarímetros y sacarímetros.

Fin del Programa No. 3.

PROGRAMA No. 6.

Q U I M I C A .

3. 01 ABAMBOYH

QUIMICA INORGANICA.

1.

Definición y división de la Química.—Diversos estados de la materia.—Cuerpos simples y cuerpos compuestos.—Constitución de la materia.—Cohesión y sus efectos.—Cristalización.—Formas cristalinas.—Sistemas cristalinos.—Métodos de cristalización.

2.

Isomorfismo.—Dimorfismo.—Alotropía.—Isomería.—Afinidad y sus modificaciones.—Calor, luz, electricidad, presión, estado nascente.—Análisis y síntesis.

3.

Cuerpos simples: metaloides y metales, clasificación y símbolos correspondientes.—Cuerpos compuestos, ácidos, bases, cuerpos neutros y sales.—Nomenclatura química (detallada).

4.

Leyes de los pesos, de las proporciones definidas, de las proporciones múltiples y de los volúmenes.—Explicación de cada una de estas leyes.—Teoría atómica.

5.

Hipótesis de Avogadro y de Ampère.—Pesos atómicos y moleculares.—De la densidad de los gases y de los vapores respecto del hidrógeno.—Atomicidad.—Nomenclatura atómica.

6.

Principio de la equivalencia del calor y del trabajo molecular.—Desprendimiento ó absorción de calor en las combinaciones químicas.

micas.—Combinaciones exotérmicas y endotérmicas.—Principios de termo-química: demostración.—Descomposición.—Disociación.

7.

Hidrógeno: propiedades físicas y químicas.—Soplete oxidídrico.—Propiedades reductoras del hidrógeno.—Combinaciones del hidrógeno con los metaloides y los metales.—Estado natural. Métodos para la preparación del hidrógeno.—Compuestos oxigenados del hidrógeno.

8.

Oxígeno: propiedades físicas y químicas.—Estado natural. Métodos para su preparación.—Usos del oxígeno.—Ozono, sus propiedades y preparación.

9.

Combustión.—Circunstancias que favorecen el fenómeno de la combustión ordinaria.—Teoría de la combustión.—Calor emitido por la combustión de los principales cuerpos combustibles. Preparación instantánea del oxígeno por el bióxido de sodio.—Su uso.

10.

Agua: propiedades físicas y químicas.—Composición, análisis y síntesis del agua.—Aguas potables.—Agua oxigenada, su preparación, propiedades físico-químicas.—Uso del agua oxigenada.

11.

Nitrógeno: propiedades físicas y químicas.—Estado natural.—Argón.—Metargón.—Helio, etc.—Métodos para la preparación del nitrógeno.

12.

Aire atmosférico.—Experimento de Lavoisier.—Propiedades físicas y químicas del aire.—Aire líquido, aparato de Linde y recipiente de Arsonval.—Composición y análisis del aire atmosférico, (métodos).

13.

Combinación del nitrógeno con el oxígeno.—Propiedades químicas y físicas del óxido nitroso.—Preparación del protóxido de nitrógeno.—Bióxido de nitrógeno, propiedades físicas y químicas.—Composición, preparación.

14.

Anhidrido y ácido nitroso.—Preparación.—Peróxido de nitrógeno.—Propiedades físicas y químicas.—Composición y prepa-

ración.—Anhidrido nítrico.—Propiedades físicas y químicas, composición y preparación.

15.

Acido nítrico.—Propiedades físicas y químicas.—Composición del ácido nítrico.—Estado natural, preparación.—Anhidrido pernítrico.—Preparación.—Gas amoníaco.—Propiedades físicas y químicas.—Composición y estado natural.

16.

Fluor.—Propiedades físicas y químicas.—Preparación.—Acido fluorhídrico.—Propiedades físicas y químicas.

17.

Cloro.—Propiedades físicas y químicas.—Acción sobre los metales, sobre los metaloides y sobre los óxidos.—Estado natural. Preparación del cloro, (métodos).—Compuestos oxigenados del cloro.—Fórmulas y caracteres.

18.

Acido clorhídrico.—Propiedades físicas y químicas.—Composición.—Preparación.—Preparación del ácido clorhídrico líquido.—Agua regia.

19.

Bromo y yodo.—Propiedades físicas y químicas.—Estado natural y preparación.—Acido bromhídrico.—Preparación y propiedades.

20.

Azufre.—Propiedades físicas y químicas.—Cristalización. Caracteres alotrópicos.—Efectos del calor sobre el azufre.—Extracción del azufre.—Combinación del azufre con el oxígeno.—Anhidrido sulfuroso y ácido sulfúrico.—Propiedades físicas y químicas.—Composición.—Preparación del anhídrido sulfuroso.

21.

Anhidrido sulfúrico.—Composición.—Preparación, (métodos).—Acido sulfúrico.—Propiedades físicas y químicas.—Composición.—Estado natural.—Preparación industrial.—Acido sulfúrico fumante.—Acido sulfhídrico.—Propiedades físicas y químicas.—Composición.—Estado natural.—Preparación

22.

Selenio.—Teluro.—Preparación.—Propiedades físicas y químicas.—Fósforo.—Propiedades físicas y químicas.—Fósforo rojo, circunstancias en que se produce.—Preparación del fósforo blanco por el método de Coignet.—Compuestos oxigenados del fósforo, fórmula y caracteres.

23.

Acido fosfórico.—Caracteres físicos y químicos.—Preparación.—Caracteres distintivos de los tres ácidos fosfóricos.—Combinación del fósforo con el hidrógeno.—Hidrógeno fosforado. Caracteres físicos y químicos.

24.

Arsénico.—Propiedades físicas y químicas.—Estado natural.—Preparación.—Anhidrido arsenioso.—Propiedades.—Preparación.—Envenenamiento por el anhidrido arsenioso.—Antimonio.—Propiedades.—Caracteres de las sales de antimonio.

25.

Carbono.—Propiedades.—Variedades.—Carbón natural. Diamante.—Carbón de leña.—Compuestos oxigenados del carbono y fórmulas.—Propiedades y preparación.

26.

Cianógeno.—Propiedades.—Composición.—Preparación. Acido cianhídrico.—Cianuros y ferrocianuros.—Azul de Prusia.

27.

Gas de hulla.—Propiedades.—Preparación de laboratorio y preparación industrial.—Llama.—Composición de la llama; soplete.—Efectos de las telas ó rejillas metálicas.—Lámpara de seguridad.

28.

Silicio.—Propiedades.—Preparación.—Anhidrido silíceo. Estado natural y propiedades.—Boro.—Propiedades.—Preparación.—Anhidrido bórico.—Propiedades.—Clasificación de los metaloides en familias naturales.

29.

Definición de los metales.—Propiedades generales de los metales, y explicación de cada uno de ellos.—Clasificación de los metales, principios en que se funda.—Estado natural y extracción de los metales.—Aleaciones y sus propiedades.—Principales aleaciones.

30.

Acción del oxígeno del aire seco y del húmedo sobre los metales.—Oxidos metálicos, sus propiedades físicas y químicas.—Clasificación.—Acción del calor, de la electricidad, del agua, del oxígeno, del hidrógeno, del cloro y del fósforo, sobre los metales.—Preparación de los óxidos.

31.

Sales.—Propiedades generales.—Formación de una sal.—So-

bre-saturación.—Agua de cristalización y de constitución.—Sales eflorescentes, sales delicuescentes.—Acción del calor sobre las sales.—Acción de la electricidad sobre las sales.—Leyes de composición de las sales.—Sales neutras, sales ácidas, sales básicas.

32.

Enunciado y explicación de las Leyes de Bertholet.—Excepciones á estas leyes.—Principio del trabajo máximo de Berthelot.

33.

Carbonatos, su composición.—Acción del calor, de los metaloides, de las bases y de los ácidos sobre los carbonatos.—Propiedades generales de los carbonatos.—Sulfatos, su composición.—Nitratos, su composición.—Acción del calor, del agua, de los metaloides, de las bases y de los ácidos, sobre los nitratos.

34.

Potasio, propiedades generales.—Estado natural.—Preparación.—Potasa cáustica.—Principales sales de potasio.

35.

Sulfato de potasio.—Nitratos de potasio y de sodio.—Preparación del nitro.—Pólvora negra.—Clorato de potasio.—Sulfuros de potasio.—Yoduro de potasio.—Caracteres distintivos de las sales de potasio.

36.

Sodio, propiedades generales.—Estado natural.—Preparación.—Oxidos de sodio.—Sosa cáustica.—Principales sales de sodio, preparación de ellas.

37.

Cloruro de sodio.—Extracción.—Caracteres de las sales de sodio.—Principales sales amoniacales.—Carbonatos de amoníaco.—Sulfato y nitrato de amoníaco.—Clorhidrato de amoníaco.—Caracteres de las sales amoniacales.

38.

Metales alcalino-terrosos.—Calcio.—Oxido de calcio.—Cal.—Sales de cal.—Variedades de cal.—Cementos.—Argamasa.—Carbonato de calcio.

39.

Sulfato de calcio.—Yeso.—Fosfatos de calcio.—Superfosfatos.—Cloruro de cal.—Bario, sus óxidos.—Estroncio.—Manganeso.

40.

Metalurgia.—Hierro, propiedades generales.—Metalurgia del hierro.—Fundiciones.—Pudlage de la fundición.—Aceros.—Oxidos de hierro.—Principales sales de hierro.—Caracteres de las sales de hierro.

41.

Niquel.—Cobalto.—Cromo.—Propiedades generales.—Zinc, propiedades generales.—Metalurgia del zinc.—Oxido de zinc.—Sulfato de zinc.—Cloruro de zinc.

42.

Estaño, propiedades generales.—Estado natural y metalurgia.—Oxidos de estaño.—Sales de estaño y sus caracteres.

43.

Cobre, propiedades generales.—Metalurgia del cobre.—Oxido de cobre.—Carbonato de cobre.—Sulfato de cobre.—Arseniatto de cobre.—Caracteres de las sales de cobre.

44.

Plomo, propiedades generales.—Metalurgia del plomo.—Oxidos de plomo.—Principales sales de plomo y sus caracteres.—Bismuto, propiedades, estado natural y extracción.—Sales de bismuto y sus caracteres.

45.

Aluminio, propiedades generales.—Preparación del aluminio por electricidad.—Alúmina.—Alumbres, preparación.—Sílice y silicatos.—Arcillas y lozas.—Vidrios.

46.

Mercurio, propiedades generales.—Metalurgia del mercurio.—Oxidos de mercurio.—Principales sales de mercurio.—Caracteres de las sales de mercurio.

47.

Plata, propiedades generales.—Metalurgia de la plata.—Oxidos de la plata.—Principales sales de plata, caracteres de las sales de plata.—Oro, propiedades generales.—Oxidos y cloruros de oro.—Caracteres de las sales de oro.—Dorado.

48.

Platino, propiedades generales.—Estado natural y extracción.—Oxidos y cloruros de platino.—Paladio.—Rodio.—Rutenio.—Iridio.—Ensayos de plata y de oro.—Ensayo de las aleaciones de plata y de cobre.—Ensayo de las aleaciones de oro y de cobre.

PROGRAMA No. 7.

DIBUJO LINEAL.

DIBUJO LINEAL.

1.

Escuadrado de una hoja de papel.—Trazar la perpendicular que pasa por el punto medio de una recta.—Levantar una perpendicular en un punto dado de una recta.—Levantar una perpendicular en el extremo de una recta sin prolongarla.—Trazar una perpendicular á una recta.—En un punto de una recta tomado como vértice construir un ángulo igual á otro dado.—Por un punto dado fuera de una recta trazar otra que forme con la primera un ángulo igual á otro dado.

2.

Dividir en dos partes iguales un ángulo dado.—Trazar la bisectriz del ángulo formado por dos rectas cuyo punto de unión no se conoce.—Trisección de un ángulo recto.—Trazar una recta paralela á otra á una distancia dada.—Por un punto dado, trazar una recta paralela á otra.—Dividir una recta en n partes iguales, por ejemplo, 7.—Dividir un segmento en partes proporcionales á otros segmentos dados.—Hallar un segmento cuarto proporcional á tres segmentos dados.—Construir el segmento medio proporcional entre dos segmentos dados.

3.

Construir un triángulo dados sus tres lados.—Construir el triángulo equilátero, conociéndose su lado.—Construir un triángulo, dados los dos lados y el ángulo comprendido.—Conociendo un lado y los ángulos adyacentes, construir el triángulo.—Construir un triángulo, conociendo dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos.—Construir un triángulo dados dos ángulos y el lado opuesto á uno de ellos.

4.

Dado un lado construir el cuadrado.—Conociendo dos lados, construir el rectángulo.—Construir un paralelogramo conociendo dos lados y el ángulo que forman.—Construir un rombo dadas sus diagonales.—Construir un trapecio dados los cuatro lados.—Dada la diferencia entre el lado y la diagonal, construir el cuadrado.—Ejercicio de caligrafía de planos.

5.

Por un punto de una circunferencia trazarle una recta tangente.—Por un punto tomado fuera de una circunferencia, trazar dos tangentes á la circunferencia.—Trazar dos tangentes comunes á dos circunferencias dadas.—Trazar las cuatro circunferencias tangentes á tres rectas dadas que se cortan dos á dos.—Trazar tres ó más circunferencias tangentes entre sí y á una circunferencia dada.

6.

Empalmar tangencialmente uno ó más arcos de círculo al extremo de un segmento.—Empalmar dos rectas mediante un arco de radio dado.—Empalmar dos paralelas por medio de una semicircunferencia.—Empalmar tangencialmente al extremo de una recta dada, un arco de círculo que pase por un punto tomado fuera de la recta.—Empalmar dos paralelas de longitud distinta, mediante dos arcos de circunferencia.—Empalmar un arco de círculo de radio dado con otro arco dado.

7.

Inscribir un cuadrado en una circunferencia.—Inscribir un octógono en una circunferencia.—Inscribir un exágono en una circunferencia dada.—En una circunferencia dada inscribir un pentágono.—Inscribir un decágono en una circunferencia dada.—Inscribir un pentadecágono en una circunferencia dada.

8.

Construir el pentágono regular de lado dado.—Construir un decágono regular conociendo el lado.—Construir el octógono regular de lado dado.—Construir el dodecágono regular de lado dado.—Dado el lado, construir un polígono regular de n lados.

9.

Construir un polígono estrellado de cinco puntas.—Construir un polígono estrellado de seis puntas.—Construir un polígono estrellado de ocho puntas.—Construir un polígono estrellado de nueve puntas.—Construir un polígono estrellado de seis puntas mediante arcos de círculo.

10.

Construir un rectángulo equivalente á un triángulo dado.—

Construir un triángulo equivalente á un polígono de n lados.—
Construir un cuadrado equivalente á un rectángulo dado.—Construir un cuadrado equivalente á un triángulo dado.—Construir un rectángulo, dado uno de sus lados y equivalente á otro rectángulo dado.—Construir un círculo equivalente á dos círculos dados.

11.

Construir un óvalo dado el eje mayor.—Construir un óvalo dado los dos ejes.—Construir un huevo dado el eje menor.—Construir la espiral de Arquímedes.—Construir una espiral mediante arcos de círculo.—Construir por medio de una tira de cartón una elipse, dados los dos ejes.—Dados los dos focos y la suma constante de los radios vectores, construir la elipse y trazar la tangente y la normal en uno de sus puntos.—Dados los dos ejes, construir una elipse y trazarle dos tangentes por un punto tomado fuera de la curva.

12.

Dados los dos ejes, construir una elipse, considerándola como proyección de un círculo de diámetro dado.—Dados los dos focos y la diferencia constante de los radios vectores, construir la hipérbola y trazar á ésta la tangente en un punto dado.—Construir una hipérbola, dados la diferencia de los radios y los focos y trazarle una tangente por un punto situado fuera de la curva.—Construir una parábola, dados la directriz y el foco y trazarle la tangente en uno de sus puntos.—Dada la parábola mediante su directriz, y el foco, trazarle dos tangentes por un punto dado fuera de la curva.

13.

Escalas de proporción.—Escala gráfica.—Escala de trasversales ó de reducción.—Construir cuatro escalas simples, con las relaciones: 1 por 50, 1 por 8000, 1 por 450 y 3 por 5000.—Construir la escala de reducción en la relación 1 á 50.000 con la aproximación de diez metros.—Copiar una figura por el método de los triángulos ó de las intersecciones.—Copiar una figura por medio de coordenadas.—Copiar una figura por medio de perpendiculares.—Copiar un dibujo por el método de la retícula.

14.

Dado un triángulo construir otro semejante de modo que sus lados estén en la relación $m : n$ por el método del ángulo de reducción.—Construir un polígono semejante á otro polígono dado, de modo que sus lados tengan entre sí la relación $m : n$ por el método del ángulo de reducción.—Dado un polígono cualquiera en la escala de 1 por 1000, construir uno semejante en la escala de 1 por 1500.—Construir un polígono semejante á otro dado, de modo que sus áreas estén en la relación de dos segmentos también dados.

15.

Dibujo de meandros sobre retícula de cuadrados.—Dibujo de una greca sobre retícula romboidal.—Dibujo de una red de triángulos equiláteros.—Dibujo de un pavimento de red triangular.—Dibujo de un pavimento de retícula romboidal.—Dibujo de un pavimento en retícula de triángulos equiláteros.—Dibujo de pavimentos en retícula romboidal, en red cuadrada de lados oblicuos y en red cuadrada de lados perpendiculares y de lados oblicuos.

16.

Dibujo de nudos sobre red de rombos.—Dibujo de nudos entrelazados.—Dibujo de un entrelazado de cuatro cintas.—Dibujo de una cinta ondulosa ó serpenteada.—Dibujo de un arabesco rectilíneo inscrito en una circunferencia.—Dibujo de un arabesco curvilíneo inscrito en un cuadrado.—Ejercicios de caligrafía de planos.

17.

Dibujo de una bola egipcia.—Dibujo de una bellota.—Dibujo de un cáliz.—Dibujo de una ménsula.—Dibujo de vasos griegos.—Dibujo de un vaso; cerámica de Faenza.—Dibujo de un ánfora moderna.

18.

Dibujo de una baranda de hierro.—Dibujo de una reja semicircular.—Dibujo de una ventana gótica.—Ejercicios de caligrafía de planos.

PROYECCIONES.

19.

Representar las proyecciones del punto en las cuatro posiciones siguientes: 1º, sobre el plano V y que diste 46 metros del plano H; 2º, sobre el plano H y distante a metros del plano V; 3º, sobre la L. T y 4º, que diste b metros del plano V, y c del plano H. Dibujar las proyecciones del punto considerándolo situado en cada uno de los diedros que forman los dos planos de proyección prolongados, suponiendo que dista b metros del plano H y d del plano V.

20.

Dibujar las proyecciones de una recta de longitud conocida, situada sobre el plano V y en todas las posiciones respecto del plano H.—Representar una recta de a metros situada sobre el plano H y en todas las posiciones respecto del plano V.—Figurar una recta de magnitud arbitraria en sus principales posiciones en el espacio.

21.

Representar una recta vertical de magnitud conocida, distante n metros del plano V y d del h.; y otra recta que teniendo igual longitud sea paralela al plano H y perpendicular al V. distante n metros del plano V y d del H.; y otra recta que teniendo proyecciones de una recta de n metros, paralela al plano H. y separada a metros del mismo; inclinada de s grados con el plano V y que diste r metros de dicho plano.—Proyectar una recta de p metros paralela á los dos planos de proyección, distante a metros del plano H y b del plano V.

22.

Figurar una recta de c metros, paralela al plano V. y distante s metros del mismo; inclinada de r grados con el plano H y que su extremo inferior diste d metros de este último plano.—Construir las proyecciones de una recta de q metros, inclinada h grados con el plano H. de n grados con el V., que esté separada de ambos planos y tenga un extremo en el punto a . a' dado de posición. Representar una recta de longitud conocida, que forme un ángulo de v grados con el plano V. que el extremo superior diste a metros de dicho plano y b del horizontal reduciéndose á uno sólo los dos planos proyectantes.

23.

Proyectar una recta perpendicular á la L. T. y con un extremo sobre dicha línea formando un ángulo conocido con el plano V. Dadas las proyecciones de una recta, determinar su verdadera longitud.—Dibujar las proyecciones de un triángulo equilátero de a metros de lado, representándolo en las tres posiciones siguientes: 1º, paralelo al plano V. teniendo un lado paralelo con el plano H.; 2º, oblicuo al plano V. y perpendicular al horizonte, teniendo también un lado paralelo con éste; 3º, perpendicular á los dos planos de proyección, conservando un lado paralelo con el plano H.

24.

Figurar un rectángulo que tenga sus lados adyacentes de c y d metros; en las tres posiciones siguientes: 1º, paralelo al plano h y perpendicular al vertical, teniendo un lado de c metros paralelo con este último plano; 2º, inclinado con el plano H., perpendicular al V. y teniendo el mismo lado de c metros paralelo con este plano; 3º, perpendicular á los dos planos de proyección, conservando el lado de c metros paralelo con el plano V.—Proyectar un cuadrado de a metros de lado, paralelo á la L. T. é inclinado n grados con el plano V. teniendo al propio tiempo dos lados paralelos á los planos de proyección y el lado más inmediato al plano V. que diste c metros de dicho plano y d del horizontal.

25.

Representar un cuadrado de lado conocido, paralelo á la L. T. é inclinado n grados con el plano V. teniendo al propio tiempo dos lados inclinados r grados con el plano H.—Figurar un pentágono regular de lado conocido, perpendicular al plano V. oblicuo al H de s grados y que tenga uno de sus lados paralelo al primer plano.—Representar un exágono regular conociendo el lado, en las dos posiciones siguientes: 1º, perpendicular al plano V y paralelo al horizontal, haciendo que uno de los lados del polígono tenga una inclinación de m grados con este último plano; 2º, que conservando el polígono dado la misma posición respecto al plano V. se incline con el plano H.

26.

Representar un exágono regular conocido el lado, en las posiciones siguientes: 1º, paralelo á la L. T. inclinado con el plano V. n grados y que tenga una de sus diagonales paralelas con ambos planos; 2º, que guardando el exágono la misma inclinación con los dos planos, la diagonal que es paralela al plano H. forme con el vertical un ángulo de r grados.—Dibujar las proyecciones de un círculo de radio conocido, en las tres posiciones siguientes: 1º, perpendicular al plano V. y paralelo al horizontal; 2º, perpendicular al plano V. y oblicuo al horizontal de p grados; 3º, perpendicular á los planos de proyección.—Figurar un círculo de radio conocido, oblicuo á los planos de proyección, paralelo á la L. T. y que forme un ángulo de n grados con el plano h: 2º, representar el mismo círculo oblicuo á los planos de proyección y á la L. T., conservando con el plano H. la misma inclinación que el anterior, y que su diámetro horizontal forme un ángulo de a grados con el P. V.

27

Figurar un prisma cuadrangular recto que tenga su base sobre el plano H, que el lado de la base y la arista lateral sean conocidos, representándolo en las tres posiciones siguientes: 1º, que tenga una de sus caras paralelas al plano V.; 2º, que las diagonales de las bases sean la una paralela y la otra perpendicular al plano V; 3º, que una de sus caras forme con el plano V un ángulo dado.—Representar el mismo prisma del problema anterior, en las dos posiciones siguientes: 1º, que las aristas laterales sean oblicuas con el plano H y tenga dos de sus caras paralelas al plano V; 2º, que conservando las aristas laterales la misma oblicuidad con el plano H, se inclinen a grados con el plano V.

28.

Proyectar un prisma oblicuo cuyas bases sean un pentágono regular de lado conocido y tenga una de dichas bases situada sobre el plano H; que las aristas laterales tengan b metros y, sien-

do paralelas al plano V. estén inclinadas c grados con el horizontal.—Dibujar las proyecciones de una pirámide exagonal regular, conociendo el lado de la base y la altura, en las tres posiciones siguientes: 1º, situada sobre el plano H, sin que tenga ningún lado de su base paralelo ni perpendicular al plano V.; 2º que teniendo el eje paralelo al plano V. la base esté inclinada al horizontal a grados; 3º, que conservando la misma oblicuidad con el plano H. el eje se incline d grados con el plano V.

29.

Dibujar una pirámide irregular situada sobre el plano H; que tenga por base un exágono regular de n metros de lado; que su eje siendo paralelo al plano V. tenga d metros de longitud y una inclinación de r grados con el plano H.—Representar un tronco de pirámide heptagonal regular que tenga su base mayor sobre el plano H, que el lado de dicha base, el eje comprendido entre las dos bases, y la altura de la pirámide sean conocidos.—Representar el tetraedro regular en las dos posiciones siguientes: 1º, que tenga una cara sobre el plano H y una arista de alguna de sus otras caras paralela al plano V.; 2º, que conservando una cara sobre el plano H, las aristas de las demás caras sean todas oblicuas al plano V.

30.

Representar un cilindro recto circular en el espacio, que el radio de la base sea de 18 metros y la generatriz de 54, en las siguientes posiciones: 1º, que tenga su eje paralelo al plano V. formando un ángulo A con el horizontal; 2º, que dicho eje, siendo oblicuo al plano H según el ángulo A , lo sea con el vertical según un ángulo B .—Ejercicios de caligrafía de planos.—Proyectar un cilindro circular oblicuo en que el radio de sus bases sea de 18 metros, que descansa su base inferior sobre el plano H, que su eje forme con este plano un ángulo de 45° siendo al propio tiempo paralelo al plano V y tenga 88 metros de longitud.—Construir las proyecciones de un cilindro elíptico oblicuo, cuyo eje, siendo de 86 metros, forme con el plano H un ángulo de 40° y los ejes de las elipses de sus bases sean de 40 y 28 metros.

31.

Dibujar las proyecciones de un cono circular recto que tenga su altura de 46 metros, el radio de la base de 21, y que ésta esté situada sobre el plano H.—Ejercicios de caligrafía de planos.—Representar un cono circular recto que tenga su altura de 64 metros, el radio de la base de 21, en las dos posiciones siguientes: 1º, que el eje siendo paralelo al plano V. esté inclinado con el horizontal según un ángulo propuesto A ; 2º, que conservando el eje la misma oblicuidad con el plano H, se incline con el vertical

según un ángulo dado B.—Figurar un cono circular oblicuo que tenga su base situada sobre el plano H y que el eje forme con la base un ángulo igual al dado.

PERSPECTIVA.

32.

Dado un punto en el plano geométrico, hallar su perspectiva.—Hallar la perspectiva de una línea, conocida su posición y magnitud en el plano geométrico.—Determinar la perspectiva de un punto, suponiendo que los puntos de distancias no pueden incluirse en la hoja de papel en que se opera.—Dado un triángulo en el plano geométrico, delinear su perspectiva.—Determinar la perspectiva de un rectángulo horizontal que tiene dos lados paralelos al plano del cuadrado.

33.

Conociendo un cuadrado trazado en el plano geométrico, determinar su perspectiva.—Dado un exágono en el plano geométrico, delinearlo en perspectiva.—Poner en perspectiva una circunferencia trazada en el plano geométrico.—Poner en perspectiva una superficie horizontal dividida en cuadrados y que tenga dos lados paralelos al plano del cuadro.—Representar en perspectiva un pavimento compuesto de cuadrados vistos de ángulo.

34.

Delinear la perspectiva de un pavimento compuesto de octógonos regulares y cuadrados.—Delinear la perspectiva de un enladrillado compuesto de exágonos regulares.—Hallar la perspectiva de un punto situado en el espacio, conociendo su proyección horizontal y la altura á que debe estar del plano geométrico.—Dados en el plano del cuadrado varios puntos, elevar en ellos líneas perpendiculares que sean representación de una vertical dada.—Ejercicios de caligrafía de planos.

35.

Determinar el punto de concurso de varias rectas que, situadas en el espacio, son paralelas entre si y oblicuas al plano geométrico y al del cuadrado.—Poner en perspectiva un cuadrado horizontal, que su elevación sobre el plano geométrico sea conocida lo mismo que su proyección sobre este plano.—Conocidas las proyecciones de una pirámide que descansa sobre su base, representar su perspectiva.

36.

Representar en perspectiva una pirámide que insiste sobre

su cúspide.—Poner en perspectiva una pirámide regular trunca-
da.—Representar en perspectiva un cilindro recto y circular.—
Representación en perspectiva de puertas y ventanas.—Repre-
sentar en perspectiva varios arcos paralelos al plano del cuadrado
y puestos unos detrás de otros.—Representar en perspectiva va-
rios arcos cuyos planos sean perpendiculares al plano del cuadra-
do.—Poner en perspectiva varios arcos vistos de lado.—Ejerci-
cios de caligrafía de planos.

Fín del Programa No. 7.

PROGRAMA No. 8.

IDIOMA INGLÉS

DICTIONARY

IDIOMA INGLES.

1.

Verbs.—Their nature and use—Verb phrases.—Classification of verbs according to use.—Transitive and intransitive verbs.—Cases in which verbs may be transitive or intransitive according to use.—Complements.—Their use.—Predicate adjective.—Predicate nouns.—Auxiliary verbs.—Copula verbs.

2.

Tense.—Its meaning.—The three principal tenses.—Completed action: Present perfect tense, past perfect tense, and future perfect tense.—Principal parts of verbs.—Present part, or infinitive form; tenses which it helps to form.—Present participle.—Past part.—Past participle.—Classification of verbs according to form: Regular, irregular, redundant and defective verbs.

3.

Mode.—Its meaning.—Nature of the four modes: indicative, potential, subjunctive and imperative.—Description of same illustrated by examples.—Meaning of potential.—Auxiliaries. Peculiarities of the imperative mode in English.—Use of *let* in connection with it.

4.

Person and number of verbs.—Inflection.—Radical differences of English with Spanish and most other languages as regards inflection.—Impersonal verbs.—Their subject.—Voice, passive and active.

5.

Verbals.—Their number and nature.—Uses of the infinitive:

as a noun, as an adverb, as an adjective.—Uses of the present and perfect infinitive.—Relation of infinitive to *be* with subject and case.—Participles.—Their classification and use.—Participial adjectives.—Nature of same, and difference to the present participle.—Their resemblance in use and meaning to infinitives.—Their difference to verbal nouns ending in *ing*.—Nature and office of the latter.—Active and passive forms of infinitives and participles.

6.

Conjugation of verbs.—Forms of conjugation.—Nature of each.—Conjugation with each form, of a regular verb in present tense, indicative mode.

7.

Conjugation of a regular verb in the active voice, affirmative form, in all modes and tenses and expression of its verbals.

8.

Concrete synopsis of an irregular verb in the third person, singular number, in all tenses of the indicative, subjunctive and imperative modes, by construction of complete sentences.

9.

Concrete synopsis of a regular verb in the third person, plural number, in all tenses of the potential mode, with their meaning.

10.

Conjugation of an usual irregular verb in the active voice, in all modes and tenses, interrogative form.

11.

Conjugation of a regular verb in the active voice in all modes and tenses, negative form.

12.

Conjugation of the verb *be*.

13.

Synopsis of the verb *be*, third person, singular number, negative form, in all modes and tenses.

14.

Nature and use of the progressive and emphatic forms. Passive progressive form.—Synopsis of a regular verb, third person, singular number, active voice, in the emphatic and progressive forms.

15.

Uses of shall and will —Rules for verbs.—Parsing of verb and verbals.—Contractions.

16.

Conjunctions.—Classification.—Coordinate and subordinate conjunctions.—Their use.—(Commulative, adversative and illative).—Classification of subordinate conjunctions according to meaning.—Use of subordinate conjunctions.—Phrasal conjunctions.—Introductory use of that —Parsing.

17.

Current reading of classical authors, and brief knowledge of English Literature and its history.

PROGRAMA No. 9.

IDIOMA FRANCES.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY

IDIOMA FRANCÉS.

1.

Estudio de la conjugación.—Clasificación de los verbos en regulares é irregulares.—Modelos de las cuatro conjugaciones.—Ejercicios orales de traducción del francés al castellano.—Ejercicios escritos de traducción del francés al castellano y del castellano al francés.

2.

Conjugación de verbos regulares terminados en *er*.—(1ra. conjugación).—Conjugación de los verbos terminados en *ger* como *partager, manger*.—Conjugación de verbos terminados en *eler* ó *eter*, como *appeler, niveler, jeter*.—Conjugación de verbos cuyo participio presente termina en *iant* como *prier, lier*.—Conjugación de verbos cuyo infinitivo termina en *yer*, como *payer, ployer*.—Conjugación de verbos terminados en *éer*, como *créer, agréer*.—Observaciones relativas á la conjugación de estos verbos.

3.

Conjugación de los verbos regulares terminados en *ir* (2da. conjugación).—Conjugación de los verbos *hénir, haír, fleurir*.—Conjugación de verbos regulares terminados en *oir* (3ra. conjugación).—Conjugación de los verbos *devoir y redevoir*.—Conjugación de verbos regulares terminados en *re* (4ta. conjugación).—Conjugación de los verbos *luire, paraître, peindre*.

4.

Conjugación de verbos en la forma pasiva: *être aimé, être arrivé, être sorti*.—Conjugación de verbos en la forma pronomi-

nal, como se *flatter*.—Conjugación impersonal: conjugación de los verbos *pleuvoir*, *falloir*, *tonner*, y *avoir*, etc.—Conjugación de verbos en la forma interrogativa.—Conjugación de verbos en la forma negativa.

5.

Regla para la formación de los tiempos.—Tiempos primitivos y tiempos derivados.—Estudio de las irregularidades de los verbos de la segunda conjugación, que forman los tiempos derivados de acuerdo con la regla general de la formación de los tiempos: *bouillir*, *couvrir*, *dormir*, *fuir*, *mentir*, *offrir*, *ouvrir*, *partir*, etc.

6.

Irregularidades de los verbos de la cuarta conjugación cuyos tiempos derivados se forman de acuerdo con las reglas sobre la formación de los tiempos: *absoudre*, *braire*, *clore*, *conclure*, *confire*, *croire*, *croitre*, *joindre*, *lire*, *maudire*, *mettre*, *naitre*, *rire*, *vaincre*, etc.

7.

Estudio de los verbos irregulares cuyos tiempos derivados se apartan de las reglas de formación de los tiempos:

1a.—Conjugación: *aller*, *envoyer*.

2a.—Conjugación: *acquérir*, *cueillir*, *férir*, *gésir*, etc.

3a.—Conjugación: *choir*, *déchoir*, *échoir*, *falloir*, *mouvoir*, *pouvoir*, *pourvoir*, *prevaloir*, *s'asseoir*, *savoir*, *voir*, *vouloir*, etc.

4a.—Conjugación: *boire*, *bruire*, *dire*, *faire*, *frir*, *paitre*, *prendre*.

8.

Clasificación y estudio de las proposiciones.—Construcción de las proposiciones.—Correspondencia de los tiempos y modos de la conjugación francesa con los de la conjugación castellana.—Estudio de los complementos.—Lectura y traducción oral del francés al castellano.—Traducción escrita del francés al castellano y del castellano al francés.

9.

Estudio de la concordancia: Concordancia del sustantivo con el adjetivo.—Sentido partitivo de *du*, *de la*, *de*.—Caso en que se omite el artículo delante de los nombres empleados en sentido partitivo.—Caso en que *de* precede al nombre en sentido partitivo.—Caso en que se repiten los artículos y adjetivos delante de los sujetos y complementos.—Ejercicios orales de traducción del francés al castellano.—Ejercicios escritos de traducción del francés al castellano y del castellano al francés.

10.

Concordancia del adjetivo que califica á dos ó más sustantivos del mismo género, ó á dos ó más de diferente género.—Concordancia del adjetivo que califica á dos ó más sustantivos separados por la conjunción **ou**.—Concordancia del adjetivo **nu** (desnudo) colocado delante de los nombres **cou** (cuello), **tête** (cabeza), **bras** (brazo), **pieds** (pies), **jambes** (piernas).—Ejercicios orales de traducción del francés al castellano.—Ejercicios escritos de traducción del francés al castellano y del castellano al francés.

11.

Concordancia del adjetivo **demi** (medio) colocado antes ó después del nombre.—Concordancia del adjetivo **feu** (difunto) con el nombre.—Concordancia de los adjetivos empleados como adverbios.—Concordancia de **tout** (enteramente) en su construcción con los adjetivos.

12.

Caso en que los adjetivos deben anteponerse y caso en que deben posponerse al nombre.—Adjetivos que alteran su significado según que se coloquen antes ó después del sustantivo.—Ejercicios de lectura y traducción del francés al castellano.—Ejercicios escritos de traducción del francés al castellano y del castellano al francés.

13.

Reglas para el uso de los complementos que modifican á los adjetivos.—Casos en que se repite y casos en que no se repite el artículo que se refiere á un sustantivo modificado por dos ó más adjetivos.—Ejercicios de lectura y traducción del francés al castellano.—Ejercicios escritos de traducción del francés al castellano y del castellano al francés.

14.

Concordancia del verbo con el sujeto: Concordancia de dos ó más sujetos referidos á un solo verbo.—Concordancia del verbo referido á varios sujetos de diferente persona.—Concordancia de varios sujetos unidos por la conjunción **ou**.—Concordancia de varios sujetos sinónimos ó que forman gradación.

15.

Concordancia de varios sujetos unidos por las conjunciones **comme**, **de même que**, **ainsi que**, **aussi bien que**.—Concordancia de varios sujetos referidos á un mismo verbo, cuando uno de dichos sujetos es una recapitulación de los demás.—Ejercicios de lectura y traducción del francés al castellano.—Ejercicios escri-

tos de traducción del francés al castellano y del castellano al francés.

16.

Concordancia del verbo *être* con infinitivos.—Concordancia del verbo *être* con sujetos formados por *ce*.—Caso en que los sujetos están unidos por la conjunción *ni*.—Caso en que los sujetos son nombres colectivos.—Lectura y traducción oral del francés al castellano.—Traducciones escritas del francés al castellano y del castellano al francés.

17.

Construcciones de gerundio (*participe présent*).—Construcciones de participio pasado: Caso en que el participio pasado hace las veces de adjetivo.—Construcciones del participio pasado con el verbo *être*.—Construcciones del participio pasado con el verbo *avoir*.

18.

Regla para la concordancia del participio pasado.—Construcción del participio pasado con *cela* equivalente de *lo* y con *en* en sentido partitivo.—Lectura y traducción oral del francés al castellano.—Ejercicios de traducción escritos del francés al castellano y del castellano al francés.

19.

Oraciones interrogativas.—Oraciones interrogativas que comienzan por la palabra *que*.—Oraciones interrogativas que comienzan por *quand* ó por un adverbio de cantidad.—Construcciones con las palabras: *monsieur* y *madame*, *messieurs* y *mesdames*, *mademoiselle* y *mesdemoiselles*.—Lectura y traducción del francés al castellano.—Ejercicios de traducción escritos del francés al castellano y del castellano al francés.

20.

Estudio del género de los sustantivos *aigle* (águila), *amour* (amor), *automne* (otoño), *délice* (delicia), *orgue* (órgano), *couple* (par), *enfant* (niño), *foudre* (rayo), *gens* (gente), *hymne* (himno).—Lectura y traducción oral del francés al castellano.—Traducciones escritas del francés al castellano y del castellano al francés.

21.

Estudio y empleo de los signos ortográficos: *des accents*, de *l'apostrophe*, de la *cedille*, *du trema*, *du trait d'union*.—Estudio y empleo de los signos de puntuación: *virgule*, *point-virgule*, *deux points*, *point*, *point interrogatif*, *point exclamatif*, *points de suspension*, *guillemets*, *parenthese*, *tiret*.—Ejercicios de composición.

PROGRAMA No. 10.
ARITMETICA
RAZONADA.

DEPARTMENT OF AGRICULTURE
ARTIFICIAL
FERTILIZERS

ARITMETICA RAZONADA.

1.

Número y cantidad: División de la cantidad: División del número.—Operaciones con los números enteros.—Números fraccionarios.—Teoremas relativos á los números fraccionarios.

2.

Sistemas de numeración.—Base de un sistema de numeración.—Enunciado y escrito un número en el sistema décuplo, traducirlo ó representarlo en el sistema cuya base es B.—Escrito un número en el sistema cuya base es B, enunciarlo ó traducirlo al sistema décuplo.—Suma, resta, multiplicación y división de números expresados en diversos sistemas de numeración.

3.

Divisibilidad de los números enteros.—Teoremas relativos á la divisibilidad de números enteros.—Máximo común divisor. Mínimo común múltiplo.—Simplificación de los números fraccionarios.—Operaciones con los números fraccionarios.

4.

Fracciones decimales.—Operaciones con las fracciones decimales.—Teoremas relativos á las fracciones decimales.—Conversión de fracciones ordinarias en decimales y vice-versa.

5.

Caracteres de divisibilidad por 2, 3, 4, 5, 9, 11, 25 y 125.—Investigación de los factores simples de un número; investigación de los factores complejos.—Número total de factores simples y complejos de un número.—Formación de una tabla de números primos.

6.

Quebrados continuos.—Fracciones integrantes; cocientes completos y cocientes incompletos.—Reducidas.—Formación de las reducidas consecutivas.

7.

Propiedades de las reducidas: La diferencia de dos reducidas consecutivas es una fracción cuyo numerador es $+ 1$ y su denominador el producto de los denominadores de las reducidas que se consideran.—El valor de una fracción continua está comprendido entre dos reducidas consecutivas.—Una reducida de cualquier orden se aproxima más al valor de la fracción continua de donde procede que las reducidas que le preceden.

8.

Propiedades de las reducidas: Toda reducida se aproxima más al valor de la fracción de donde procede que cualquier fracción cuyo denominador sea menor que el de ella.—Valuación del grado de aproximación de una reducida á la fracción de donde procede.

9.

Potencia de los números.—Raíz cuadrada; números inconmensurables.—Procedimiento para la extracción de la raíz cuadrada de un número.—Extracción de la raíz cuadrada por aproximación.

10.

Raíz cúbica.—Procedimiento para la extracción de la raíz cúbica de un número.

11.

Proporciones aritméticas.—Propiedad fundamental de las proporciones aritméticas.—Medio proporcional aritmético.—Proporciones geométricas.—Medio proporcional geométrico. Propiedades de las proporciones geométricas.

12.

Progresiones aritméticas.—Teoremas: En toda progresión aritmética, un término cualquiera es igual al primero más tantas veces la razón como términos hay antes de él.—En toda progresión aritmética, la suma de dos términos equidistantes de los extremos es constante é igual á la suma de los extremos.—Problemas: Encontrar la suma de los términos de una progresión aritmética. Interpolar entre a y b , m medios aritméticos.

13.

Progresiones geométricas.—Teoremas: En toda progresión geométrica, un término cualquiera es igual al primero multiplica-

do por la razón elevada á una potencia indicada por el número de términos que le preceden.—En toda progresión geométrica, el producto de dos términos equidistantes de los extremos es constante é igual al producto de los extremos.

14.

Teorema: El producto de los términos de una progresión geométrica, es igual á la raíz cuadrada del producto de los extremos elevado á una potencia indicada por el número de términos.—Problemas: Encontrar la suma de los términos de una progresión geométrica.—Interpolar m medios geométricos entre dos términos cualesquiera a y b .—Correspondencia entre las progresiones geométricas y las aritméticas.

15.

Logaritmos.—Propiedades de los logaritmos.—Diferentes sistemas de logaritmos.—Conversión de los logaritmos de un sistema á otro.—Construcción de las tablas de logaritmos.—Uso de las tablas de logaritmos.

16.

Regla de tres.—Problemas relativos á la regla de tres.

17.

Regla de interés.—Determinación de las fórmulas para el cálculo de los intereses, tiempo, tanto por ciento y capital; aplicación de esas mismas fórmulas á casos numéricos.

18.

Regla de descuento.—Determinación de las fórmulas para el cálculo del descuento interno y del externo; aplicación de las mismas á casos numéricos.

19.

Regla de compañía.—Determinación de la fórmula para el cálculo de la ganancia ó la pérdida experimentada por cada una de las personas que forman una compañía, y aplicación de la misma á casos numéricos.

20.

Regla conjunta.—Determinación de la fórmula para el cálculo de la relación de las monedas de dos países y aplicación de la misma á casos numéricos.

21.

Regla de aligación.—Problemas relativos á la regla de aligación.

22.

Interés compuesto.—Determinación de las fórmulas relativas al interés compuesto.

23.

Anualidades y amortización.—Determinación de las fórmulas para el cálculo de la anualidad que debe pagarse para amortizar un capital, el interés anual de un peso y el tiempo; aplicación de estas fórmulas á casos numéricos.

24.

Anualidades.—Determinación de la fórmula para el cálculo del capital amortizado, conociendo la anualidad impuesta, el interés anual de un peso y el tiempo; aplicación de esta fórmula á casos numéricos.

25.

Límite del número de divisiones necesarias para determinar el máximo común divisor de dos números.—Teoremas: Las potencias sucesivas de un número mayor que la unidad, crecen indefinidamente.—Las potencias sucesivas de un número menor que la unidad, son cada vez menores y tienen cero por límite.

26.

Teoría de las aproximaciones: error relativo y error absoluto.—Cálculo del error cometido en la adición, sustracción y multiplicación de las cantidades inconmensurables.

27.

Teoría de las aproximaciones: Cálculo del error cometido en la división, elevación á potencia y extracción de raíz de las cantidades inconmensurables.

28.

Teoría de las aproximaciones: método abreviado para la multiplicación, división y extracción de la raíz cuadrada de los números.

