ARITMÉTICA

TEÓRICO-PRÁCTICA

CON APLICACIONES AL COMERCIO,

POR

EMILIO TORO,

Director que fué del "Liceo de San Miguel en Ponce.

PUERTO-RICO.

UEVA EDICION

G. H.

SANTO DOMINGO.
IMPRENTA Y LIBRERIA DE GARCIA HERMANOS.
Calle de la Separacion, n. 11 y 13.
188[illegible].

Biblioteca
Nacional
PEDRO
HENRIQUEZ
UREÑA

EXLIBRIS

Julio Ortega Frier

COLECCION

Pedro Valle

Ramon A. Olivarez

Ama á Dios

Si este libro se perdiere no conocie-
ra mi nombre aqui se lo pongo.
Rafael Martinez y Peña.

[illegible]

ADVERTENCIA.

No crea el lector que voy á abusar de su benevolencia con largas y frias reflexiones acerca del texto que ocupa su atencion—nada de eso.—Solo me propongo demostrarle aquí las causas que me indujeron á coleccionar los principios que adquirí en mi infancia bajo un método fácil y claro, y hacer algunas advertencias que creo útiles para obtener el mejor resultado. Convencido de que todo hombre tiene el deber de ser útil á su patria, poniendo de su parte todos los medios que estén á su alcance ; y viendo la necesidad de un tratado de Aritmética que, rechazando todo aquello demas que tienen algunos, y aumentándose en todo lo de ménos que tienen otros, se acomodára al metodo que sigue el comercio en sus transacciones mercantiles, he puesto el mayor esmero con el fin de poder ofrecer á la juventud un tratado que reuniera esas cualidades.

Sobre el método que creo puede producir los mejores resultados, ya porque fué el que siguieron mis profesores, ya porque lo puse en práctica en varios colejios, llenando mis aspiraciones, y ya porque es el que mejor se acomoda al texto, es el siguiente: Tómese el profesor el trabajo de enseñar al niño á escribir y leer cantidades, y las cuatro primeras reglas, conforme lo enseña el libro; mas sin entregárselo; puramente de oirlo repetir. Concluida esta tarea ya estará el niño en capacidad de tomar el texto, y vuélvase á empezar de nuevo, demostrándole el porqué de todo lo que ántes hacia sin tener mas razón que la que tienen los que nunca se han penetrado de la ciencia: *así me lo enseñaron.*

Cumpliendo, pues, mi promesa de no fastidiar al lector, tengo el gusto de ofrecer este trabajo á la juventud estudiosa; y si no he llegado á complacer sus justas exijencias, no es por falta de voluntad.

EL AUTOR.

ARITMÉTICA.

NOCIONES PRELIMINARES.

1. Pregunta. Qué es Aritmética ?

Respuesta. La ciencia que se ocupa de las propiedades y relacion de los números.

1. P. Qué es número ó cuanto

R. Número es la relacion que existe entre la unidad con cualquiera cantidad numérica.

3. P. Qué es cantidad ?

R. Todo lo que puede aumentar, ó disminuir.

4. P. Cuántas clases hay de cantidad ?

R. Dos, que son: discreta y contínua.

5. P. Qué entendéis por cantidad discreta y continua?

R. Se entiende por cantidad discreta aquella que las partes que la forman están separadas, como: 4 varas, 8 libros, 6 manzanas, etc.

Se entiende por cantidad contínua aquella que las partes que la forman están unidas, como: una pizarra, un pan, etc.

6. P. De qué cantidad se ocupa la aritmética ?

R. De la cantidad discreta.

7. P. Cuál es el fundamento de todas las operaciones aritméticas ?

R. La unidad; por lo tanto en todo número se considera la unidad, pues 27 quiere decir la unidad repetida veinte y siete veces, ó lo que es lo mismo.

$1+1+1+1+1+1+1$, etc., etc.

8. P. Qué medio hay para saber las partes de que se compone todo número por grande que sea ?

R. Para esto se ha formado un conjunto de diez unidades, al que se ha dado el nombre de *decena :* luego se ha formado otro conjunto de diez de las unidades llamadas decenas, al que se ha dado el nombre de *centena :* luego otro conjunto de diez de las unidades llamadas centenas, al que se ha dado el nombre de *millar*, y así en adelante. *decena de millar*, *centena de millar*, *millon*, *decena de millon*, *etc. etc.*

9. P. Cómo se representan tres unidades. cuatro unidades, seis unidades, etc. ?

R. Por medio de las cifras, ó guarismos siguientes: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

10. P. Y para representar las decenas, centenas, etc. ?

R. De las mismas cifras que para representar las unidades anteriores.

11. P. Qué se deduce de esto ?

R. Que las cifras tendr... valores, uno absoluto y otro relativo.

12. P. Qué se entiende por valor absoluto ?

R. El valor que tiene cada cifra por sí misma, v. gr. : esta cifra 4 vale cuatro veces la unidad ; pues hemos convenido en que así sea.

13. P. Qué se entiende por valor *relativo ?*

R. El valor que tiene cada cifra segun el lugar que ocupa en el número : por ejemplo, en la cantidad de ocho cifras 56423179 observarémos que el valor *absoluto* de cada cifra está representado por sí misma, como : el valor *absoluto* de la primera es *nueve*, de la segunda es *siete*, de la tercera es *uno*, etc. : ahora, el valor *relativo* se conoce por el lugar que ocupa la cifra : si ocupa el primer lugar de la derecha, se dice : son tantas unidades ; si el segundo lugar, son decenas; si el tercero, centenas ; si el cuarto, millares ; si el quinto, decenas de millar, etc.

14. P. Qué indica el cero ?

R. El cero indica que no hay cifras de la especie que representa el lugar que él ocupa ; como 407 : en esta cantidad hay 4 centenas, no hay decenas, pues se pone el cero para que ocupe su lugar ; porque si no se pusiera el cero, el valor relativo de la cifra 4 disminuiria, pues estaría en el segundo lugar que serian 4 decenas y no 4 centenas; y como las decenas son menores que las centenas, 4 decenas serian menores que 4 centenas.

15. P. Qué método seguirémos para leer las cantidades?

R. El siguiente: saber que una decena vale diez unidades, que una centena vale cien unidades, un millar vale mil unidades, una decena de millar vale diez mil unidades, una centena de millar vale cien mil unidades, etc.; por lo tanto 2 decenas valen veinte unidades, 3 treinta; y lo mismo digo de las centenas, 2 centenas valen doscientas unidades, 3 trescientas unidades, etc. etc.

Ejemplo: el número 9463207; lo primero que haré será contar las cifras, segun lo anteriormente dicho; el séptimo lugar lo ocupa la unidad de millon; hay 9, pues diré, 9 millones; despues de los millones vienen las centenas de millar, y digo: despues del 9 que son millones, hay un 4 que serán centenas de millar; y como 4 centenas de millar equivalen á cuatrocientas mil unidades, callo las palabras mil unidades, y digo: cuatrocientas: veo que despues de las centenas de millar vienen las decenas de millar, y digo: hay 6 decenas de millar; mas como seis decenas de millar equivalen á 60 mil unidades; callo las palabras "mil unidades," y digo: sesenta: veo que despues viene un 3, que por su órden, son 3 unidades de millar, y diré: tres mil: veo que despues sigue un 2, que por su órden es centena simple, y digo: 2 centenas son doscientos: veo que despues viene un cero, no lo nombro, y sigo á la otra cifra, la cual, como ocupa el primer lugar, son 7 unidades: uniendo todas las partes de que consta, digo: "*nueve millones, cuatrocientas sesenta y tres mil, doscientas siete unidades.*"

16. P. De qué manera se escriben los números?

R. Se empiezan á escribir por la izquierda, del modo que vengan, teniendo cuidado si no hay unidades de algunas de las órdenes para poner ceros que ocupen sus lugares.

17. P. Por qué empezáis á escribirlos por la izquierda?

R. Porque la unidad de especie superior es la que está á la izquierda del número, y al pronunciar los números empezamos por las de la especie superior. Ejemplo: escribir el número *veinte y tres mil quinientos dos:* la unidad de especie superior es veinte, ó lo que es lo mismo, dos decenas; por lo tanto pondré el guarismo 2; despues de las decenas siguen por su órden las unidades; luego el 3 que sigue al veinte serán unidades, lo escribo y tendré 23; mas como dice, *veinte y tres mil*, el mil me indicará que son unidades de millar; sé que despues de la unidad de millar siguen las centenas simples; lo que sigue á veinte y dos mil son quinientos, que quiere decir 5 centenas; pondré el 5 y tendré 235; siguen dos unidades, mas como á las centenas no siguen las unidades, infiero de esto que no hay decenas; pondré un cero para que ocupe su lugar, y tendré 2350: siguen despues dos unidades, las que pondré despues del cero que hace aquí de decena, y tendré escrito 23502.

Del mismo modo, el número *cuatrocientos veinte y cinco*, se escribe 425: el número *tres mil ochenta y cuatro* se escribe 3084: el número *cincuenta y siete mil trescientos nueve* se escribe 57309: el número *doscientos nueve mil quinientos treinta y seis*, se escribe 209536: el número *cuatro millones setecientos ocho mil noventa y cinco*, se escribe 4708095.

18. P. Qué se entiende por número *abstracto?*

R. Aquel número en el cual no se espresa la especie de sus unidades, como cuatro, seis, etc.

19. P. Qué es número *concreto?*

R. Aquel número en el cual se espresa la especie de sus unidades, como: 84 libros, 25 manzanas, etc.

20. P. Qué se entiende por números *homogéneos?*

R. Los que son de una misma especie, como: 8 libros y 4 libros: 18 sillas y 14 sillas, etc., etc.

21. P. Qué son números *heterogéneos?*

R. Los que son de diferente especie, como: 7 reales y 9 pizarras, etc.

22. P. Cómo se divide el número por sus cifras?

R. En díjito ó simple, y compuesto.

23. P. Qué entendéis por número *díjito ó simple?*

R. Se entiende por número díjito ó simple el que consta de una sola cifra, como: 3, 8, 7, etc.

24. P. Qué es número *compuesto ?*

R. El que consta de dos ó mas cifras, como 18, 45, etc.

25. P. Qué entendéis por factores de un número ?

R. Aquellos números que multiplicados el uno por el otro dan el número propuesto. Ejemplo: en el número 25 sus factores son 5 y 5; porque 5 multiplicado por 5 es igual á 25. Los factores de 16 son 4 y 4: de 14 son 2 y 7; de 36 son 6 y 6; de 12 son 3 y 4; de 24 son 4 y 6; de 48 son 6 y 8, etc.

26. P. Cómo se divide el número en razon á sus factores ?

R. En primo y compuesto.

27. P. Qué es número *primo ?*

R. Número primo es aquel número que no tiene otros factores sino la unidad y el mismo número, como: 7; no hay dos números que multiplicados el uno por el otro den 7, sino 1 multiplicado por el mismo 7; luego son números primos tambien 3, 5, 11, 13, etc.

28. P. Qué es número *compuesto ?*

R. El número que, además de tener la unidad y el mismo número por factores, tiene otros factores, como: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 45, 81, 100, etc.

SUMA.

29. P. Qué es sumar ?

R. Sumar es juntar en un solo número el valor de muchos.

30. P. Cómo se llaman los números que se dan para sumar ?

R. Sumandos.

31. P. Y lo que resulta de la operacion ?

ad de

R. Suma.

32. P. Qué es menester saber para aprender á *cuatro*

R. La suma de todos los números díjitos q

star ?

muestra en la siguiente tabla.

TABLA DE SUMAR.

1 y 1 son 2	2 y 2 son 4	3 y 3 son 6
1 " 2 " 3	2 " 3 " 5	3 " 4 " 7
1 " 3 " 4	2 " 4 " 6	3 " 5 " 8
1 " 4 " 5	2 " 5 " 7	3 " 6 " 9
1 " 5 " 6	2 " 6 " 8	3 " 7 " 10
1 " 6 " 7	2 " 7 " 9	3 " 8 " 11
1 " 7 " 8	2 " 8 " 10	3 " 9 " 12
1 " 8 " 9	2 " 9 " 11	6 " 6 " 12
1 " 9 " 10	5 " 5 " 10	6 " 7 " 13
4 " 4 " 8	5 " 6 " 11	6 " 8 " 14
4 " 5 " 9	5 " 7 " 12	6 " 9 " 15
4 " 6 " 10	5 " 8 " 13	7 " 7 " 14
4 " 7 " 11	5 " 9 " 14	7 " 8 " 15
4 " 8 " 12	8 " 8 " 16	7 " 9 " 16
4 " 9 " 13	8 " 9 " 17	9 " 9 " 18

33. P. Qué es lo que indica la operacion de sumar?

R. Este signo + que se lee *mas*, é indica que la cantidad que está á su derecha se ha de añadir á la de la izquierda, como $4 + 3 = 7$, que se lee *cuatro, mas tres, igual siete.*

34. P. Cómo se suman los números enteros?

R. Se colocan todas las cifras de los sumandos de modo que las unidades de cada órden estén unas debajo de las otras; se empiezan á sumar las unidades de especie inferior; si la suma de estas contiene algunas de la especie superior, se dejan para sumarlas con las de la otra especie: se suman estas; y si la suma de estas contiene algunas de la especie superior se guardan para sumarias, se suman estas y así se continua, etc., etc.

Ejemplo: sumar los números: 2746 + 6523 + 7084 + 1029

	2746	sumandos
R. ...	6523	"
23. P.	7084	"
R. Se c...	1029	"
de una sola c	17382	suma.

Empiezo á sumar las unidades, que son *veinte y dos unidades*, las que componen *dos* decenas y *dos* unidades; dejo las decenas y pongo las 2 unidades; sumo despues las decenas diciendo: dos que llevo y cuatro son seis, y dos son ocho, y ocho diez y seis, y dos diez y ocho decenas, en 18 decenas hay 1 centena y 8 decenas, las que pongo; y sigo el otro órden diciendo: uno y siete, ocho, y cinco trece: que son centenas: en 13 centenas hay 1 unidad de millar y 3 centenas, pongo las 3 centenas, y paso al otro órden, diciendo: uno y dos, tres; y seis, nueve; y siete, diez y seis; y uno, diez y siete, que lo escribo poniendo 7 y delante el 1.

35. P. Qué cosas son necesarias para sumar?

R. Que los sumandos sean homogéneos.

RESTA.

36. P. Qué es restar?

R. Restar es averiguar la diferencia que hay entre dos números: ó una operacion en que dados la suma de dos números y uno de ellos se va á buscar el otro.

37. P. Cómo se llaman los números que entran en la operacion de restar?

R. Minuendo y sustraendo.

38. P. Cuál es el *minuendo?*

R. El número mayor, ó la suma dada.

39. P. Cuál es el *sustraendo?*

R. El número menor; ó el número dado.

40. P. Cómo se llama lo que resulta?

R. Resta ó diferencia.

41. P. Cómo se indica la operarion de restar?

R. Con este signo — que se lee *ménos*, é indica que la cantidad de la derecha se ha de quitar de la cantidad de la izquierda, como: $8 - 4 = 4$, se lee *ocho ménos cuatro igual cuatro.*

42. P. Cómo se ejecuta la operacion de restar?

R. Se escribe el minuendo y debajo se escribe el sustraendo, teniendo cuidado que cada cifra del sustraendo esté debajo de su correspondiente en el minuendo; se tira una raya, se empieza á averiguar la diferencia entre las unidades del sustraendo y las del minuendo, se pone su diferencia debajo de la raya y se hace lo mismo con las decenas, centenas, los millares, las decenas de millar, etc.; y lo que esté debajo de la raya indicará la diferencia entre el minuendo y sustraendo, ó el número que se busca.

Ejemplo: quiero quitar del número 9547 el número 4243, lo primero que haré será ver cuál es el número mayor, y hallo que es el número 9547; luego será el minuendo, y escribiré el sustraendo debajo del minuendo: tiro una raya por debajo y empezaré diciendo: de 3 unidades á 7 unidades van 4 unidades, ó lo que es lo mismo, 4 unidades sumadas con 3 unidades son 7 unidades, pongo el 4 debajo de la raya; paso á la segunda cifra del sustraendo, que es 4, comparándola con su correspondiente del minuendo, digo: de 4 decenas á 4 decenas no va nada, luego pongo un cero debajo de la raya; paso á las centenas del sustraendo que son 2, y digo: de 2 á 5 van 3, ó lo que es lo mismo, el número que sumado con 2 dé 5 es 3, pongo el 3 debajo de la raya; paso á las unidades de millar del sustraendo que son 4 y las comparo con su correspondiente del minuendo que son 9, y diré, de 4 á 9 van 5, ó lo que es lo mismo, el número que sumado con 4 dé 9 es 5, lo cual pongo debajo de la raya, y tendrémos que si del número 9547 quitamos el número 4243, nos quedará el número 5304.

$$\begin{array}{r} 9547 \\ 4243 \\ \hline 5304 \end{array}$$

43. P. No hay algun caso en que el sustraendo sea mayor que el minuendo y se pueda restar?

R. No señor, ninguno; mas puede haber cifras en el sustraendo que sean mayores que sus correspondientes del minuendo; y para poder restar estas cifras es menester tomar una unidad del guarismo que tiene á su izquierda, que vale diez de la especie del que está á su derecha; se añaden, pues, las diez unidades al número y se podrá entónces restar: luego se tendrá presente al restar la otra cifra, que se ha tomado una unidad á su correspondiente del minuendo; por consiguiente valdrá una unidad ménos.

Ejemplo: dados los números 84495 y 52167, y queriendo averiguar su diferencia, se ejecutará la operacion del modo siguiente:

84495 minuendo
52167 sustraendo
―――――
32328 resta.

Empezaré averiguando la diferencia entre los números 5 y 7: bien se ve que de 5 cosas cualesquiera no se pueden quitar 7 cosas; por lo tanto quitaré una unidad al número que tiene á su izquierda que es 9; esta unidad vale diez de la especie de las 5; y diré, diez y cinco son quince: ahora podré restar diciendo: de 7 á 15 van 8 unidades, las que colocaré debajo de la raya: procederé á la otra cifra que es 6, y como á nueve se ha quitado una unidad no vale sino 8, y diré, de 6 á 8 van 2, lo que colocaré debajo de la raya: procederé á la otra cifra que es 1 y diré, de 1 á 4 van 3, lo que pondré debajo de la raya: procederé á la otra cifra que es 2 y diré, de 2 á 4 van 2, lo que pondré debajo de la raya: procederé á la otra cifra que es 5 y diré, de 5 á 8 van 3, lo que pondré debajo de la raya; y lo que esté debajo de la raya, que es 32328 espresará la diferencia entre los números 84495 y 52167.

44. P. Pueden ocurrir otros casos?

R. Sí, señor; primer caso; cuando el minuendo termina en uno ó mas ceros: segundo; cuando en medio de los guarismos del minuendo hay ceros. En el primer caso se considerará el primer cero de la derecha como 10 y todos los otros como 9: teniendo presente que al primer guarismo significativo del minuendo se ha de quitar una unidad.

Segundo caso: si ántes de llegar á los ceros hubiese sido menester tomar una unidad, se considerarán todos los ceros como 9, y el primer guarismo significativo con una unidad ménos. Ejemplo del primer caso: si quiero restar el número 46238 del número 89000, los colocaré como he dicho. 89000
Empezaré considerando el primer cero como 10 y 46238
diré: de 8 á 10 van 2, lo pondré debajo de la raya: ―――
coasiderando los demas ceros como 9, diré: de 3 42762

á 9 van 6, de 2 á 9 van 7 y los pondré debajo de la raya; considerando el primer guarismo, que es 9, con una unidad menos, diré: de 6 á 8 van 2 y de 4 á 8 van 4, los que pondré debajo de la raya y obtendré la diferencia ó resta 42762.

Ejemplo del segundo caso: si quiero restar el número 57329 del número 90006, los colocaré del modo dicho. Empezaré diciendo: de 9 á 6 no puede ser, tomaré una unidad al guarismo siguiente que vale 10, y 6 mas son 16; ahora de 9 á 16 van 7; considerando los ceros como 9 digo: de 2 á 9 van 7, de 3 á 9 van 6, de 7 á 9 van 2: tomando ahora el 9, primer guarismo significativo, con una unidad ménos, diré, de 5 á 8 van 3, y obtendré de este modo la diferencia ó resta 32677.

90006
57329
———
32677

45 P. Cómo se prueba la operacion de restar?

R. Sumando el sustraendo con la resta.

46. P. Qué cualidades son necesarias para restar?

R. Dos; que el sustraendo sea menor que el minuendo, y que las cantidades sean homogéneas.

MULTIPICACION.

47. P. Qué es multiplicar?

R. Tomar un número tantas veces como unidades tiene otro: ó una operacion con la cual se va á buscar un número, que dividido por uno de los factores dé el otro factor.

48. P. Cuáles son los números que entran en la multiplicacion?

R. Dos: multiplicando y multiplicador.

49. P. Cuál es el *multiplicando?*

R. El número que se repite.

50. P. Cuál es el *multiplicador?*

R. El número que indica las veces que se ha de repetir el multiplicado.

51. P. Cómo se indica esta operacion?

R. Por medio de este signo × que se lee, *multiplicado por*, y se llama *signo de multiplicar.*

52. P. Cómo se llama lo que resulta?

R. Producto.

53. P. Cómo se llaman el multiplicando y el multiplicador juntos?

R. Factores del producto.

53. P. La alteracion de los factores altera el producto?

R. Nó, señor; ejemplo: $5 \times 3 = 15$, se lee 5 multiplicado por 3 igual 15; y $3 \times 5 = 15$, se lee 3 multiplicado por 5 igual 15, donde se ve que el producto 15 no ha cambiado, y así con los demas.

55. P. Cuántos casos hay en la multiplicacion?

R. Tres, multiplicar un número díjito por otro díjito, multiplicar un compuesto por un díjito y multiplicar un compuesto por otro compuesto.

56. P. Qué hay que hacer en el primer caso?

R. Saber de memoria la siguiente tabla.

TABLA DE MULTIPLICAR.

1 por 1 es 1	2 por 2 son 4	3 por 3 son 9
1 ,, 1 son 2	2 ,, 3 ,, 6	3 ,, 4 ,, 12
1 ,, 3 ,, 3	2 ,, 4 ,, 8	3 ,, 5 ,, 15
1 ,, 4 ,, 4	2 ,, 5 ,, 10	3 ,, 6 ,, 18
1 ,, 5 ,, 5	2 ,, 6 ,, 12	3 ,, 7 ,, 21
1 ,, 6 ,, 6	2 ,, 7 ,, 14	3 ,, 8 ,, 24
1 ,, 7 ,, 7	2 ,, 8 ,, 16	3 ,, 9 ,, 27
1 ,, 8 ,, 8	2 ,, 9 ,, 15	6 ,, 6 ,, 36
1 ,, 9 ,, 9	5 ,, 5 ,, 25	6 ,, 7 ,, 42
4 ,, 4 ,, 16	5 ,, 6 ,, 30	6 ,, 8 ,, 48
4 ,, 5 ,, 20	5 ,, 7 ,, 35	6 ,, 9 ,, 54
4 ,, 6 ,, 24	5 ,, 8 ,, 40	7 ,, 7 ,, 49
4 ,, 7 ,, 28	5 ,, 9 ,, 45	7 ,, 8 ,, 56
4 ,, 8 ,, 32	8 ,, 8 ,, 64	7 ,, 9 ,, 63
4 ,, 9 ,, 36	8 ,, 9 ,, 72	9 ,, 9 ,, 81

57. P. Qué se hace en el segundo caso?

R. Tómese el número compuesto por multiplicando y el díjito por multiplicador: colóquese el díjito debajo del primer guarismo de la derecha del multiplicando y tírese una raya por debajo; empiécese á multiplicar el díjito por el primero de la derecha del multiplicando; véase si el producto contiene decenas y unidades, ó unidades solas: si contiene decenas y unidades se ponen las unidades debajo de la raya y las decenas se guardan para sumarlas con el producto siguiente: si contiene unidades solas, se ponen estas debajo de la raya y no se añade nada al otro producto: se multiplica el díjito por el guarismo siguiente del multiplicando y á este producto se añadirán las decenas que se lleven; y se verá despues si este producto contiene decenas y centenas, ó decenas solas; si contiene decenas y centenas, se podrán las decenas debajo de la raya á la izquierda del guarismo que está debajo de la raya, y las centenas se sumarán con el producto siguiente; si contiene decenas solas, se ponen estas debajo de la raya, y no se añade nada al producto siguiente: haciendo lo mismo con todos los guarismos del multiplicando hasta llegar al último producto, en el cual se pondrán las cifras que deberian llevarse, obtendrémos el producto ó resultado.

58. P. Qué se hará en el tercer caso?

R. Tómese cualquiera de los dos números por multiplicando, que convendrá sea el mayor; colóquese, pues, el primer guarismo del multiplicador debajo del primero del multiplicando, y así, cada guarismo del multiplicador debajo de su correspondiente del multiplicando: empiécese á multiplicar todo el multiplicando por el primer guarismo del multiplicador (segun la regla para el segundo caso) y este producto parcial póngase debajo de la raya: multiplíquese todo el multiplicando por el segundo guarismo del multiplicador y este producto se pondrá debajo del primero, de modo que esté un lugar hácia la izquierda: ejecútese lo mismo con todos los productos parciales, corriendo en cada uno un lugar hácia la izquierda hasta llegar al último; se suman estos productos parciales y la suma indicará el *producto.*

Ejemplo: supongamos que queremos multiplicar el número 46805 por el otro número 468. indicarémos la operacion de este modo:

$$\begin{array}{r l} 46805 & \text{multiplicando} \\ \times 468 & \text{multiplicador} \\ \hline 374440 & \\ 280830 & \\ 187220 & \\ \hline 21904740 & \text{producto ó resultado} \end{array}$$

59. P. No se abrevia la multiplicacion?

R. Sí, señor; "cuando uno de los factores termina en ceros:" entonces se ejecuta la operacion con los guarismos significativos, y al producto se añaden los ceros.

$$\begin{array}{r} 48900 \\ \times 48 \\ \hline 3912 \\ 1956 \\ \hline 2347200 \end{array}$$

"Cuando uno de los factores es la unidad seguida de ceros": en cuyo caso se añaden al otro factor tantos ceros como hay despues de la unidad.

$$\begin{array}{r} 67489 \\ \times 100 \\ \hline 6748900 \end{array}$$

"Cuando se multiplica cualquiera cantidad por un número díjito": pues no es menester ni ponerlo, ni poner la raya, como: $6789 \times 6 = 40734$.

"Cuando el multiplicando ó multiplicador se pueden descomponer en factores": pues se multiplicará el otro factor por los factores, es decir: primero por uno de los factores, y este producto por el otro factor, y el último producto será el verdadero resultado, como: 472×18: se multiplicará por los factores de 18 que son 3 y 6: por consiguiente multiplicado por 3 será igual á 1416, y este producto multiplicado por 6, será igual á 8496, y este último producto será el producto total de multiplicar el número 472 por 18. Para multiplicar por 12 se multiplica p or 3 y por 4: para multiplicar por 21 se multiplica por 3 y por 7: por 48, por 6 y por 8: por 49, por 7 y por 7: por 81 por 9 y por 9: por 64, por 8 y por 8, etc.

"Cuando en medio del multiplicador hay ceros"; pues no se multiplican los ceros, y se corre el producto parcial siguiente tantos lugares hácia la izquierda como ceros hay en el multiplicador.

```
    47857
     8003
---------
   143571
382856
---------
382999571
```

60. P. De qué especie es el producto?

R. El producto es siempre de la misma especie que el multiplicando.

DIVISION.

61. P. Qué es dividir?

R. Averiguar las veces que un número está contenido en otro; ó una operacion en que dados un producto y un factor se va á averiguar el otro factor.

62. P. Cómo se llama la operacion por medio de la cual se ejecuta esto?

R. Division.

63. P. Cómo se llama lo que resulta?

R. Cuociente.

64. P. Qué es el *dividendo*?

R. El número que se ha de dividir; ó el producto dado.

65. P. Cuál es el *divisor*?

R. El número por el cual se ha de dividir el dividendo; ó el factor dado.

66. P. Cómo se indica esta operacion?

R. Con dos puntos entre el dividendo y el divisor, como:

$15 : 3 = 5$, se lee *quince dividido por tres es igual á cinco.*

67. P. De qué especie es el cuociente?

R. De la especie del dividendo.

68. P. Cuántos casos hay en la division ?

R. Tres : dividir un número díjito por otro díjito, dividir un número compuesto por un díjito, y dividir un compuesto por otro compuesto.

69. P. Cómo se divide un número díjito por otro díjito?

R. Se considera primero que el dividendo es un producto dado, y el divisor un factor tambien dado ; búsquese ahora qué número multiplicado por el divisor da el dividendo, y este será el cuociente.

70. P. Saldrá siempre cuociente exacto ?

R. No, señor.

71. Y que se hará entonces ?

R. Se buscará el número que multiplicado por el divisor dé el producto mas próximo al dividendo, pero menor que él, y este será el cuociente ; se verá despues cuál es la diferencia entre el producto y el dividendo.

dividendo	8	4 divisor
	8	2 cuociente
	—	
	0	residuo

72. P. Cómo se llama este número ?

R. Resíduo.

73. P. Cómo se divide un número compuesto por un díjito ?

R. Colóquese el divisor dentro de esta raya, tómese el primer guarismo de la izquierda del dividendo y véase cuál es el cuociente de dividirlo por el divisor ; póngase debajo de la raya, multiplíquese por el divisor, y el producto réstese del primer guarismo de la izquierda del dividendo ; al lado de esta resta bájese el guarismo siguiente, véase cuál es el cuociente de dividir la resta y el guarismo bajando por el divisor; póngase debajo de la raya á la derecha del guarismo que está debajo de ella; multiplíquese por el divisor, y el producto se restará de dicho número : bájese el guarismo siguiente al lado de la resta y hágase lo mismo hasta haber bajado el último guarismo ; y los números que están debajo de la raya indicarán el cuociente ; luego se pondrá la última resta, (si hay) un poco mas arriba del cuociente, debajo de ella una raya y debajo de la raya el divisor : y esto, mas el cuociente anterior, indicarán el verdadero cuociente.

Ejemplo: . . . dividendo 4,6,7,8,9 | 3 divisor

$15596\frac{1}{3}$ cuociente

Coloco el divisor 3 dentro de la raya, tomando el primer guarismo del dividendo, 4, digo: 3 entre 4 á 1 y este 1 lo pongo debajo de la raya, lo multiplico por el divisor 3 y el producto lo pongo debajo del guarismo del dividendo y lo resto; al lado de la resta 1 bajo el guarismo siguiente, 6, la resta y el guarismo bajado son 16. pues 3 entre 16 á 5, lo que pongo debajo de la raya, multiplico por el divisor 3 y el producto 15 lo pongo debajo del 16 y lo resto; al lado de la resta 1 bajo el guarismo 7, y hago lo mismo hasta haber bajado el último guarismo; y la resta última que es 1 la pondré un poco mas alto que el cuociente, debajo la raya, y debajo el divisor 3.

```
3
—
16
15
——
 17
 15
 ——
  28
  27
  ——
   19
   18
   ——
    1
```

74. P. Cómo se divide un número compuesto por otro compuesto?

R. Colóquese el divisor dentro de esta raya, cuéntense los guarismos del divisor y sepárense otros tantos del dividendo con una coma; véase cuál es el cuociente de dividir el primer guarismo del dividendo por el primero del divisor, póngase dicho cuociente debajo de la raya y multiplíquese sucesivamente por todos los guarismos del divisor, y este producto póngase debajo de los guarismos del dividendo separados con la coma, y réstese; al lado de esta resta se baja el guarismo siguiente del dividendo; si la resta y el guarismo bajado tienen tantos guarismos como el divisor, se verá cuál es el cuociente de dividir el primero de la izquierda por el primero del divisor; se pondrá debajo de la raya y se hará como anteriormente; mas si la resta y el guarismo bajado tienen mas guarismos que el divisor, entónces se verá el cuociente de dividir los dos guarismos de la izquierda por el primero del divisor; se pone el cuociente debajo de la raya y se hará como anteriormente; mas si la resta y el guarismo bajado tienen ménos guarismos que el divisor, se dice que no cabe y se pone cero en el cuociente: se baja el otro guarismo y se continúa haciendo lo mismo hasta haber bajado el último guarismo del dividendo, y si queda resta se pone un poco mas alto que el cuociente, debajo una raya y debajo de ella el divisor.

75. P. No hay caso en que el cuociente de dividir el primer guarismo del dividendo por el primero del divisor, no sea el verdadero?

R. Sí, señor; cuando al primer guarismo del divisor sigue uno de los números 5, 6, 7, 8, 9.

76. P. Cuál será pues el verdadero?

R. Se considerará el primer guarismo del divisor con una unidad mas y se verá cuántas veces cabe en el primero del dividendo; pero en la multiplicacion no se debe considerar con la unidad mas.

77. P. No se abrevia en algo la division?

R. Sí señor, la primera abreviacion es: "Conforme se va multiplicando cada cifra del divisor por el número á que ha cabido, se va restando de su correspondiente cifra del dividendo," como . . . .

```
46,5,7,8 | 26
20 5     |--------
 2 3 7   | 1791 12/26
    38
    12
```

Diré: cabe á uno, lo que multiplicaré, uno por seis, es seis, á seis no va nada, pondré cero debajo del 6; uno por dos es dos, á cuatro van dos, y lo pondré debajo del 4, etc. etc.

"Segunda; si el dividendo y divisor terminan en ceros se borran tantos ceros de uno como de otro, y se ejecuta la operacion con los guarismos que queden," como:

"Tercera; si el divisor termina en ceros y el dividendo nó, se separan los ceros del divisor con esta raya (y se separan con la misma tantos guarismos de la derecha del dividendo como ceros se han separado en el divisor: se ejecuta la division como si no estuviesen los ceros en el divisor hasta haber bajado el último guarismo del dividendo que se halla fuera de la raya; luego se bajan los guarismos separados con la raya y se colocan al

```
67,8,5,4(00 | 34(00
33 8        |--------
  3 2 5     | 1995 24/34
    1 9 4
      2 4
```

lado del último resíduo (si lo hay); escríbase todo á la derecha un poco mas alto que el cuociente; tírese debajo una raya y póngase debajo de la raya el divisor con los ceros, sin la raya que los separa," como Separaré los dos ceros del divisor y los dos últimos guarismos del dividendo; dividiré, no considerando los ceros, hasta haber bajado el 3; el último resíduo es 248, pues bajaré al lado los guarismos separados, 45, y tendré 24845, lo que escribiré como se ha dicho.

$$\begin{array}{r|l} 89073(45 & 425(00 \\ 4073 & \\ 248\ 45 & 209\ \frac{24845}{42500} \end{array}$$

"Cuarta; para dividir por la unidad seguida de ceros, se separarán con una coma tantos guarismos de derecha á izquierda del dividendo, como ceros hay despues de la unidad; los guarismos que están á la izquierda de la coma indicarán el cuociente en enteros; y los guarismos que estén á la derecha se escribirán un poco mas alto que los demas, se pondrá una raya por debajo, y debajo de ella se escribirá la unidad seguida de los ceros que tenia," como: $67849 : 100 = 678\,\frac{49}{100}$; $49567 : 1000 = 49\,\frac{567}{1000}$.

"Quinta; para dividir por un número compuesto por sus factores se dividirán sucesivamente por sus factores y el último cuociente será el verdadero," como:

Dividiré primero por 6 de este modo: 6 entre 8 á 1, lo que pondré debajo del 8 y sobran 2; 6 entre 24 á 4, no sobra nada; 6 entre 6 á 1: ahora dividiré el 141 por el otro factor, 3; de este modo: 3 entre 14 á 4 y sobran 2; 3 entre 21 á 7 y no sobra nada, luego 47 es el cuociente.

$$\begin{array}{l} 846 : 18 \ldots \text{factores; } 6 \text{ y } 3. \\ 141 \\ 47 \text{ cuociente} \end{array}$$

PRUEBAS.

78. P. Cómo se prueba la operacion de sumar?

R. Se separa el primer sumando con una línea; se suman los demas, y esta suma se coloca debajo de la suma anterior; se restan las dos sumas y la resta ha de ser igual al sumando separado.

79. P. Por qué se prueba así?

R. Porque la primera suma espresa el valor de todos los sumandos, y la segunda espresa el valor de todos los sumandos, ménos el que se separó; luego á la segunda suma le faltará para ser igual á la primera el sumando separado.

80. P. Cómo se prueba la operacion de restar?

R. Se suma el sustraendo con la resta, y esta suma debe ser igual al minuendo.

81. Por qué se prueba así?

R. Por la definicion de restar; el sustraendo es un sumando, el minuendo la suma, y la resta el sumando que se buscaba, luego el conjunto de los sumandos (la resta y el sustraendo) debe ser igual á la suma (el minuendo).

82. P. Cómo se prueba la operacion de multiplicar?

R. Se divide el producto por uno de los factores, y el cuociente debe ser igual al otro factor. Se prueba por la definicion.

83. P. Cómo se prueba la operacion de dividir?

R. Se multiplica el divisor por el cuociente, y el producto debe ser igual al dividendo. Se prueba así por la definicion.

SIGNOS.

Se leen:

+ mas	: dividido por
— ménos	√ signo radical
= igual	> mayor que
× multiplicado por	< menor que

QUEBRADOS.

84. P. Qué es número quebrado?

R. Un número que espresa partes iguales de la unidad.

85. P. De cuántas partes se compone todo quebrado?

R. De dos partes llamadas numerador y denominador.

86. P. Qué es el numerador de un quebrado?

R. El número que indica las partes que se toman de la unidad.

87. P. Qué es el denominador ?

R. El número que indica las partes en que está dividida la unidad.

88. P. Cómo se subdivide el número ?

R. En entero, quebrado y misto.

89. P. Qué es número entero ?

R. El que consta de unidades exactas, como 4, 6, 8, etc.

90. P. Qué es número misto ?

R. El que se compone de entero y quebrado, como:

$$4\frac{3}{5}\quad 6\frac{7}{8},\quad \text{etc.}$$

91. P. Cómo se escriben los quebrados ?

R. Se escribe el numerador; debajo de este una raya, y debajo de la raya el denominador.

92. P. Cómo se leen los quebrados ?

R. Se lee el numerador con los numerales absolutos; y el denominador con los numerales partitivos si no llega á diez; mas, si pasa de diez, se lee con los numerales absolutos y se añade la palabra *avos*, como: $\frac{9}{16}$ se lee *nueve diez y seis avos*, $\frac{7}{24}$ se lee *siete veinte y cuatro avos*, etc.

93. P. Cómo se dividen los quebrados segun su valor ?

R. En propios é impropios.

94. P. Qué entendeis por quebrado propio ?

R. El que tiene el numerador menor que el denominador, es decir, el que no vale una unidad, como $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{8}$, etc.

95. P. Qué endendéis por quebrado impropio ?

R. El que tiene el numerador mayor que el denominador, ó igual á él; es decir, el que vale mas de una unidad, ó una unidad, como: $\frac{7}{5}$, $\frac{4}{4}$, etc.

96. P. Qué se hace con los quebrados impropios ?

R. Se sacan los enteros que contengan.

97. P. Cómo se sacan los enteros ?

R. Se divide el numerador por el denominador; ejemplo:

$$\frac{19}{4} = \frac{19}{3}\Big|\frac{4}{4} = 4\frac{3}{4},\ \text{etc.}$$

98. P. Cómo se llaman el numerador y denominador juntos ?

R. Términos de un quebrado.

99. P. Si se multiplica el numerador, que sucederá al quebrado ?

R. Se aumenta su valor.

100. P. Por qué ?

R. Porque indicando el numerador las partes que se toman de la unidad, si se aumentan las partes aumentará el valor del quebrado. Ejemplo: en el quebrado $\frac{4}{5}$, si multiplico el numerador por 2, tendré $\frac{8}{5}$; las partes de ambos puebrados son, como se ve, iguales; mas en el quebrado $\frac{4}{5}$ se toman 4 partes, y en $\frac{8}{5}$ se toman 8 partes. Las partes son iguales; se toman mas: luego el quebrado ha aumentado de valor.

101. P. Si se multiplica el denominador, qué sucede al quebrado ?

R. Se disminuye su valor.

102. P. Por qué ?

R. Porque, como el denominador indica las partes en que está dividida la unidad, si se aumenta el número de las partes, estas serán mas pequeñas, y disminuirá el valor del quebrado. Ejemplo: el quebrado $\frac{3}{5}$; si se multiplica el denomiador por 4, tendrémos $\frac{3}{20}$. En este quebrado se toman un mismo número de partes que en el otro; pero en $\frac{3}{5}$ la unidad está dividida en 5 partes; y en $\frac{3}{20}$ la unidad está dividida en 20 partes: está dividida en mas partes, luego son menores; y como se toma un mismo número de ellas, el valor del quebrado es menor, ha sido disminuido.

103. P. Si se divide el numerador qué sucede al quebrado ?

R. Disminuye su valor.

104. P. Porqué ?

R. Porque, como el numerador indica las partes que se toman de la unidad, si se disminuye el número de las partes se toman ménos; luego disminuye el valor del quebrado. Ejemplo: el quebrado $\frac{3}{4}$, si divido el numerador por 3, tendré $\frac{1}{4}$. En este quebrado la unidad está dividida en un mismo número de partes; pero en $\frac{3}{4}$ se toman 3 partes, y en $\frac{1}{4}$ se toma 1 parte; se toman ménos partes, luego es menor; por consiguiente ha disminuido su valor.

105. P. Si se divide el denominador, qué sucederá al quebrado ?

R. Aumenta su valor.

106. Por qué ?

R. Porque, como el denominador indica las partes en que está dividida la unidad, si se disminuye el número de las partes, es decir, si se divide en ménos partes, las partes serán mas grandes, luego aumentará su valor. Ejemplo: el quebrado $\frac{3}{8}$; si divido el denominador por 2, tendré $\frac{3}{4}$. En este quebrado se toma un mismo número de partes que en el otro; pero en $\frac{3}{4}$ la unidad está dividida en ménos partes que en $\frac{3}{8}$; por lo tanto las partes serán mas grandes: el quebrado ha aumentado.

107. No hay casos en que no altere su valor?

R. Sí, señor: cuando sus dos términos se multiplican ó se dividen por un mismo número.

108. Porqué?

R. Porque, como se ha dicho, multiplicando el numerador aumenta el quebrado, y multiplicando el denominador disminuye: lo que se aumenta por un lado se disminuye por otro, luego no altera su valor. Ejemplo: el quebrado $\frac{3}{7}$, si se multiplica el numerador por 2, se tendrá 6 por numerader; y si se multiplica el denominador por 2, se tendrá 14 por denominador y será $\frac{6}{14}$: multiplicando el numerador por 2 aumenta el quebrado 2 veces; y multiplicando el denominador por el mismo 2 disminuye el quebrado 2 veces; luego lo que se aumenta por un lado se disminuye por otro, por consiguiente no altera su valor.

109. P. Qué es simplificar un quebrado?

R. Buscar otro quebrado de igual valor, pero que sus términos sean menores.

110. P. Cómo se simplifican los quebrados?

R. Dividiendo sus dos términos por el mayor divisor comun.

111. P. Qué es el mayor divisor comun?

R. El número mayor por el cual se pueden dividir exactamente sus dos términos.

112. P. Cómo se conoce si un número puede dividirse exactamente por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, etc.?

R. Todo número que acaba en *cero* ó guarismo par se puede dividir exactamente por 2, como: 28, 40, 348, 560, etc., etc.

Todo número cuyos guarismos sumados dan 3 ó un núméro que sea múltiplo (*) de 3, se puede dividir exactamente por 3, como: 21, 432, etc.

Todo número cuyos dos últimos guarismos se puedan dividir por 4, es divisible exactamente por 4, como: 6748, 3516, etc. etc.

Todo número que acaba en *cero* ó 5, es divisible exactamente por 5, como: 6370, 8795, etc., etc.

Todo número que se puede dividir exactamente por 2 y por 3, se puede dividir exactamente por 6, como: 36, 7812, 390, etc., etc.

Todo número cuyas tres últimas cifras se pueden dividir exactamente por 8, es divisible exactamente por 8, como: 5424, 79816, etc., etc.

Todo número cuyos guarismos sumados dan 9 ó un número que sea múltiplo de 9, es divisible exactamente por 9, como: 486, 45, 135, etc., etc.

Todo número que acaba en *cero*, es divisible exactamente por 10, como: 460, 720, 6700, etc., etc.

Todo número en el cual la suma de los guarismos que ocupan lugares pares es igual á la suma de los guarismos que ocupan lugares impares, ó la diferencia de dichas sumas es 11 ó un número que sea múltiplo de 11, es divisible exactamente por 11, como: 9317, 54901, etc.

113. P. En qué se funda la simplificacion de los quebrados?

R. En que un quebrado no muda de valor aunque sus dos términos se dividan por un mismo número.

114. P. De quebrados que tienen un mismo numerador, cuál es el mayor?

R. El que tiene menor denominador, como $\frac{3}{4}$ y $\frac{3}{5}$; el mayor es $\frac{3}{4}$.

115. P. Por qué?

R. Porque en el quebrado $\frac{3}{4}$ la unidad está dividida en 4 partes y se toman 3; en el quebrado $\frac{3}{5}$ la unidad está dividida en 5 partes y se toman tambien 3: se toma

(*) Se entiende por múltiplo el número que contiene á otro cierto número de veces exactas; y submúltiplo es el número que está contenido en otro cierto número de veces exactas.

un mismo número de partes; pero en $\frac{3}{4}$ la unidad está dividida en ménos partes que en $\frac{3}{5}$, por consiguiente serán mas grandes las de $\frac{3}{4}$; luego el quebrado es mayor.

116. P. De quebrados que tienen un mismo denominador, cuál es mayor?

R. El que tiene mayor numerador, como: $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{5}$; el mayor es $\frac{4}{5}$.

117. P. Por qué?

R. En el quebrado $\frac{2}{5}$ la unidad está dividida en 5 partes; en el quebrado $\frac{4}{5}$ la unidad está dividida tambien en 5 partes y se toman 4: la unidad, como se ve, está dividida en un mismo número de partes; pero en $\frac{4}{5}$ se toman mas partes; luego es mayor.

OPERACIONES CON LOS QUEBRADOS.

118. P. Qué operaciones se hacen con los quebrados?

R. Todas las que con los números enteros; es decir, se suman, se restan, se multiplican y se dividen.

119. P. Cómo se suman los quebrados?

R. Si tienen un mismo denominador se suman los numeradores, y á esta suma se pone por denominador el denominador comun; si resulta un quebrado propio se simplifíca, y si resulta un quebrado impropio se le sacan los enteros; mas si tienen distinto denominador se reducen á un comun denominador, y se practica lo mismo.

Ejemplo: sumar los quebrados $\frac{3}{8}+\frac{5}{8}+\frac{7}{8}=\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}$, etc.

„ sumar los quebrados $\frac{2}{9}+\frac{4}{9}+\frac{6}{9}=\frac{12}{9}=1\frac{3}{9}=1\frac{1}{3}$.

120. P. Cómo se reducen los quebrados á un comun denominador?

R. Hay varios métodos; el mas fácil y espedito es: tómese el denominador mayor y descompóngase en sus factores; véase si el primer denominador es igual á algunos de los factores del denominador mayor; si es igual, táchese con una línea; mas si no lo es, descompóngase en sus factores; el factor de estos que no sea igual á algunos de los factores del denominador mayor, póngase despues de estos anteponiéndole el signo ×; hágase lo mismo con los demas denominadores: luego ejecútense las multiplicaciones indicadas, y el producto será el menor denominador comun. Para hallar cada numerador se divide el denominador comun por el denominador del primero, y este cuociente se multiplica por su numerador: ejecutando lo mismo con todos los quebrados, se obtendrán los numeradores que luego se suman por las reglas dadas.

Ejemplo: $\frac{4}{9} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + 1/3 =$ tómese el denominador mayor, que es 9, y descompóngase en sus factores, 3×3; véase si el denominador del primero, que es 4, es igual á alguno de los factores del mayor denominador 9; no lo es, pues descompóngase en sus factores 2×2; bien se ve que el 4 no tiene ningun factor igual á los del 9, debe ponerse entonces el 4 despues de los factores del 9, anteponiéndole este signo ×; y se tendrá: $3 \times 3 \times 4$; véase si el denominador del segundo, que es 8, es igual á algunos de los tres factores $3 \times 3 \times 4$; bien se ve que no lo es; por lo tanto descompóngase en sus factores, que son: 2×4; véase ahora si alguno de estos es igual á alguno de aquellos tres; el 4 es igual al otro 4, pues déjese este 4 y póngase el factor 2 despues de los otros tres, anteponiéndole este signo ×, y se tendrá $3 \times 3 \times 4 \times 2$; véase si el último denominador 3 es igual á alguno de los factores $3 \times 3 \times 4 \times 2$; ya se ve que es igual á uno de ellos, luego táchese con una raya; ejecútense las multiplicaciones $3 \times 3 \times 4 \times 2$, y el producto 72 será el denominador comun. Para hallar cada numerador, divídase el denominador 72 por el denominador del primero, que es 9, y el cuociente 8 multiplíquese por el denominador 4, y el producto 32 será el numerador del primero; divídase el denominador 72 por el denominador del segundo, que es 4, y el cuociente 18 multiplíquese por su numerador 3, y el producto 54 será el segundo numerador; ejecutando lo mismo con los demas quebrados, tendrémos reducida la operacion á sumar

$$\frac{32+54+45+24}{72} = \frac{155}{72} = 2\tfrac{11}{72}.$$

121. P. Cuál es la utilidad de este método?

R. Que el denominador hallado es el menor, y al ejecutar la division para sacar los enteros al quebrado, el divisor será bastante pequeño (comparado con los otros métodos), y la division será fácil.

122. P. Cuántos casos ocurren al sumar quebrados?

R. Tres: sumar quebrados con quebrados; sumar un entero con un quebrado, y sumar números mistos con números mistos.

123. P. Cómo se suma un entero con un quebrado, ó viceversa?

R. Se multiplica el entero por el denominador del quebrado; al producto se añade el numerador del quebrado, y á todo se pone por denominador el denominador del quebrado.

Ejemplo: sumar $4+\frac{3}{5}$, multiplico el entero 4 por el denominador 5, y al producto 20 añado el numerador 3, y á todo, que es 23, pongo por denominador el denominador 5, y será igual á $\frac{23}{5}$, etc. etc.

124. P. Cuándo ocurre tener que sumar un quebrado con un entero?

R. Siempre que se necesite reducir un entero á la especie del quebrado que lo acompaña, como:

$$4+\frac{2}{5}=\frac{22}{5},\ 7+\frac{3}{8}=\frac{59}{8},\ \text{etc.}$$

125. P. Cómo se suman los números mistos?

R. Se suman primeramente los quebrados y luego los enteros; si de la suma de los quebrados resultan enteros, se suman con los demas enteros.

Ejemplo: $4\frac{3}{5}+8\frac{2}{5}+6\frac{1}{5}$, como tienen un mismo denominador, se suman los numeradores $3+2+1=6$; pondré el denominador 5 y tendré $\frac{6}{5}$; siendo impropio le sacaré los enteros, y será igual á $1+\frac{1}{5}$; luego sumaré los enteros con el 1: $4+8+6+1=19$, y tendré por suma $19\frac{1}{5}$, etc. Si tuviesen distinto denominador, se reducirian á un comun denominador, y se haria lo mismo.

126. P. Cuántos tercios, cuartos, quintos, sextos, etc., tiene una unidad?

R. La unidad tiene: 2 medios, 3 tercios, 4 cuartos, 5 quintos, 6 sextos, 7 séptimos, 8 octavos, 9 novenos, etc.

127. P. Cuándo un quebrado vale una mitad, un tercio, un cuarto, etc.?

R. Cuando un quebrado tiene el denominador dos veces mayor que el numerador, vale *una mitad*, como: $\frac{4}{8}$; cuando tiene el denominador 3 veces mayor vale *un tercio*, como: $\frac{4}{12}$; cuando tiene el denominador 4 veces mayor que el numerador vale *un cuarto*, como $\frac{5}{20}$, etc.

RESTAR QUEBRADOS.

128. P. Cómo se restan los quebrados?

R. Si tienen un mismo denominador se restan los numeradores, y á esta resta se pone por denominador el denominador comun, como: $\frac{7}{9}-\frac{5}{9}=\frac{2}{9}$; se restan los numeradores, de 5 á 7, van 2, y á este 2 que es la resta, pongo por dominador el 9, denominador comun, y la resta es $\frac{2}{9}$.

129. P. Y si tienen distinto denominador?

R Se reducen á un comun denominador y se hace lo mismo que en el caso anterior, como $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=\frac{12}{15}-\frac{10}{15}=\frac{2}{15}$, etc. etc.

130. P. Cuántos casos ocurren en restar quebrados?

R. Seis, á saber: restar un quebrado de otro quebrado, restar un quebrado de un entero, restar un número misto de otro número misto, restar un entero de un número misto, restar un quebrado de un número misto y restar un número misto de un entero.

131. P. Cómo se resta un quebrado de un entero?

R. Se quita al entero una unidad, la cual se reduce á quebrado de la especie del quebrado que se quiere restar; luego se resta como un quebrado de otro y á la resta se antepone el entero con una unidad ménos. Ejemplo: $8-\frac{3}{5}$; quito al entero una unidad, la que reduzco á quebrado de la especie del que quiero restar, diciendo: quiero restar quintos, luego, como se ha dicho, una unidad son $\frac{5}{5}$: pues de $\frac{3}{5}$ á $\frac{5}{5}$ van $\frac{2}{5}$; á esta resta antepongo el entero 8 ménos 1, y la resta será $7\frac{2}{5}$ $4-\frac{1}{3}=3\frac{2}{3}$, etc.

132. P. Cómo se resta un número misto de otro?

R. Se resta el quebrado del quebrado y el entero del entero, como:

$6\frac{4}{5}-4\frac{2}{5}=2\frac{2}{5}$. $8\frac{4}{9}-3\frac{1}{9}=5\frac{3}{9}$. $7\frac{5}{8}-2\frac{1}{4}=\frac{5-2}{8}=5\frac{3}{8}$, etc.

133. P. Que puede suceder?

R. Puede suceder que el quebrado del sustraendo sea mayor que el del minuendo; se tomará entónces una unidad al entero del minuendo, la cual se reducirá á quebrado de la especie del que se va á restar, y este quebrado se sumará con el del minuendo, y de esta suma se restará el quebrado del sustraendo; luego se restan los enteros, considerando al entero del minuendo con una unidad ménos. Ejemplo: $7\frac{2}{5}-2\frac{4}{5}=4\frac{3}{5}$, quito una unidad al 7, la que reduzco á quintos: una unidad tiene $\frac{5}{5}$ y $\frac{2}{5}$ son $\frac{7}{5}$; de $\frac{4}{5}$ á $\frac{7}{5}$ van $\frac{3}{5}$; luego resto los enteros; de 2 á 6 van 4, uniendo las dos restas tendré $4\frac{3}{5}$. $8\frac{2}{7}-4\frac{5}{6}=\frac{\frac{54}{12}\quad 35}{42}$ tomaré una unidad que son $\frac{42}{42}$ y los sumaré con $\frac{12}{42}$, y serán $\frac{54}{42}$; podré restar ahora: de $\frac{35}{42}$ á $\frac{54}{42}$ van $\frac{19}{42}$, de 4 á 7 van 3, uniendo las dos restas tendré $8\frac{2}{7}-4\frac{5}{6}=\frac{\frac{54}{12}-35}{42}=3\frac{19}{42}$, etc.

134. P. Cómo se resta un entero de un número misto?

R. Se resta el entero del entero, y á esta resta se añade el quebrado del número misto; ejemplo: $8\frac{3}{4}-3=5\frac{3}{4}$; resto los enteros: 8 ménos 3 es igual á 5, y á este 5, que es la resta, añado el quebrado $\frac{3}{4}$, y todo será

$8\frac{3}{4}-3=5\frac{3}{4}$. $7\frac{2}{5}-4=3\frac{2}{5}$, etc.

135. P. Cómo se resta un quebrado de un número misto?

R. Se resta el quebrado del quebrado y á esta resta se antepone el entero.

Ejemplo: $8\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=8\frac{3}{5}$: resto el quebrado del quebrado, de $\frac{1}{5}$ á $\frac{4}{5}$ van $\frac{3}{5}$, y á este $\frac{3}{5}$ que es la resta, antepongo el entero 8, todo será $=8\frac{3}{5}$. $7\frac{4}{7}-\frac{2}{5}=\frac{20-14}{35}=7\frac{6}{35}$, etc.

136. P. Qué puede ocurrir al ejecutar esta operacion?

R. Que el quebrado del sustraendo sea mayor que el del minuendo: entónces se quitará una unidad al entero del minuendo, la que se reducirá á quebrado de la especie de los que se restan; se sumará con el del minuendo y de esta suma se restará el quebrado del sustraendo; á esta resta se antepondrá el entero con una unidad ménos.

Ejemplo : $14\frac{2}{9}-\frac{5}{9}$: una unidad vale $\frac{9}{9}$, y $\frac{2}{9}$ son $\frac{11}{9}$, restando $\frac{5}{9}$ tendremos $\frac{6}{9}$, y quitando al entero una unidad, tendremos $13\frac{6}{9}$; ahora, simplificando el quebrado por el tercio tendremos : $13\frac{2}{3}$.

$$8\tfrac{1}{4}-\tfrac{3}{4}=7\tfrac{3}{4}=7\tfrac{1}{2};\quad 10\tfrac{2}{5}-\tfrac{5}{6}=\frac{\overset{42}{12}-25}{30}=9\tfrac{17}{30}, \text{ etc.}$$

137. P. Cómo se resta un número misto de un entero?

R. Se quita al entero del minuendo una unidad, la que se reduce á quebrado de la especie del quebrado del sustraendo; se restan los quebrados, y despues los enteros, considerando siempre que al minuendo se ha quitado una unidad. Ejemplo : $16-4\frac{3}{7}$: quito al minuendo 16 una unidad que vale $\frac{7}{7}$, y digo : de $\frac{3}{7}$ á $\frac{7}{7}$ van $\frac{4}{7}$: resto despues los enteros; de 4 á 15 van 11; juntando las dos partes será igual á $11\frac{4}{7}$; $8-3\frac{1}{4}=4\frac{3}{4}$, etc.

MULTIPLICAR.

138. P. Cómo se multiplican los quebrados?

R. Se multiplican numerador por numerador y denominador por denominador.

Ejemplo: $\frac{4}{7}\times\frac{3}{5}=\frac{12}{35}$; $\frac{7}{9}\times\frac{4}{5}=\frac{28}{45}$, etc.

139. P. Cuántos casos ocurren al multiplicar quebrados?

R. Cinco: multiplicar un quebrado por otro; multiplicar un quebrado por un entero, ó un entero por un quebrado; multiplicar un número misto por otro número misto; multiplicar un entero por un número misto ó viceversa; y multiplicar un número misto por un quebrado ó viceversa.

140. P. Cómo se multiplica un quebrado por un entero, ó un entero por un quebrado?

R. Se multiplica el entero por el numerador del quebrado, y á este producto se pone por denominador el denominador del quebrado.

Ejemplo : $2\times\frac{3}{7}$, multiplico el entero 2 por el numerador 3 y al producto 6 pongo por denominador el denominador 7; y todo será igual á: $\frac{6}{7}$; $\frac{2}{5}\times 2=\frac{4}{5}$, etc.

141. P. Cómo se multiplica un número misto por otro?

R. Se reduce cada entero á la especie del quebrado que lo acompaña, y se hace lo mismo que para multiplicar un quebrado por otro.

Ejemplo: $4\frac{2}{3}\times 6\frac{3}{4}=\frac{14}{3}\times\frac{27}{4}=$; reducido cada entero á la especie del quebrado que lo acompaña, la operacion será igual á $\frac{14}{3}\times\frac{27}{4}$; multiplico los numeradores y tendré, $14\times 27=378$; y despues los denominadores, $3\times 4=12$; y todo será igual á $\frac{378}{12}$; sacando los enteros, es $31\frac{1}{2}$, etc.

142. P. Cómo se multiplica un entero por un número misto, ó viceversa?

R. Se reduce el entero del número misto á la especie del quebrado que lo acompaña y se hace lo mismo que para multiplicar un entero por un quebrado.

Ejemplo: $2\times 4\frac{3}{5}=$ reduzco el entero á la especie del quebrado, y tendré $\frac{23}{5}$, y escribiré la operacion de este modo: $2\times\frac{23}{5}=\frac{46}{5}=9\frac{1}{5}$; $3\frac{2}{3}\times 6=\frac{11}{3}\times 6=\frac{66}{3}=22$.

143. P. Cómo se multiplica un número misto por un quebrado ó viceversa.

R. Se reduce el entero á la especie del quebrado que lo acompaña, y se hace lo mismo que para multiplicar un quebrado por otro.

Ejemplo: $3\frac{2}{5}\times\frac{5}{8}=$; reduzco el entero y tendré la operacion de este modo: $\frac{17}{5}\times\frac{5}{8}=\frac{85}{40}=2\frac{5}{40}=2\frac{1}{8}$, etc.

DIVIDIR.

144. Cómo se dividen los quebrados?

R. Se multiplica el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y este producto será el numerador del cuociente: luego se multiplica el denominador del dividendo por el numerador del divisor, y este producto será el denominador del cuociente.

Ejemplo: $\frac{3}{4}$: $\frac{5}{6}$; multiplico el numerador del dividendo, 3, por el denominador del divisor 6, y el producto 18 será el numerador; luego multiplico el denominador 4 por el numerador, 5, y el producto 20 será el denominador, y todo será igual á $\frac{3}{4}:\frac{5}{6}=\frac{18}{20}=\frac{9}{10}$, etc.

145. P. Cuántos casos ocurren en dividir quebrados?

R. Ocho, á saber: dividir un quebrado por otro; dividir un entero por un quebrado; dividir un quebrado por un entero; dividir un número misto por otro número misto; dividir un entero por un número misto; dividir un quebrado por un número misto; dividir un número misto por un entero y dividir un número misto por un quebrado.

146. P. Cómo se divide un entero por un quebrado?

R. Se multiplica el entero por el denominador del quebrado, y á este producto se pone por denominador el numerador del quebrado.

Ejemplo: $6:\frac{4}{5}=$ Multiplico el entero 6 por el denominador 5, y al producto 30 pongo por denominador el numerador 4, y todo será:

$$6:\frac{4}{5}=\frac{30}{4}=7\tfrac{2}{4}=7\tfrac{1}{2};\quad 8:\frac{3}{4}=\frac{32}{3}=10\tfrac{2}{3},\text{ etc.}$$

147. P. Cómo se divide un quebrado por un entero?

R. Se escribe el numerador del quebrado, y luego se multiplica el entero por el denominador, y este producto se pone por denominador.

Ejemplo: $\frac{6}{7}:3=$; escribo el numerador 6, y multiplico el entero 3 por el denominador 7, y el producto 21 se lo pongo por denominador al 6 y tendré: $\frac{6}{7}:3=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$, etc.

148 P. Cómo se divide un número misto por otro número misto?

R. Se reduce cada entero á la especie del quebrado que lo acompaña, y queda reducida la operacion á dividir un quebrado por otro.

Ejemplo: $4\frac{1}{2};\ 2\frac{2}{3}=$; reduzco cada entero á la especie del quebrado que lo acompaña, y tendré, $\frac{9}{2}:\frac{8}{3}=$ y se divide por las reglas dadas:

$$\frac{9}{2}:\frac{8}{3}=\frac{27}{16}=1\tfrac{11}{16};\ 7\tfrac{1}{3}:2\tfrac{3}{4}=\frac{22}{3}:\frac{11}{4}=\frac{88}{33}=2\tfrac{22}{33}=2\tfrac{2}{3}\text{ etc.}$$

149. P. Cómo se divide un entero por un número misto?

R. Se reduce el entero del número misto á la especie del quebrado que lo acompaña, y queda reducida la operacion á dividir un entero por un quebrado.

Ejemplo: $8 : 3\frac{3}{4}$ = reduzco el entero del número misto á la especie del quebrado que lo acompaña, y quedará reducida la operacion á $8 : 3\frac{3}{4} = 8 : \frac{15}{4}$, se divide por las reglas dadas:

$$8 : \frac{15}{4} = \frac{32}{15} = 2\frac{2}{15}\ ;\quad 6 : 2\frac{1}{2} = 6 : \frac{5}{2} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} \text{ etc.}$$

150. P. Cómo se divide un quebrado por un número misto?

R. Se reduce el entero á la especie del quebrado que lo acompaña, y queda reducida la operacion á dividir un quebrado por otro.

Ejemplo: $\frac{3}{4} : 2\frac{1}{2} =$; reduzco el entero á la especie del quebrado que lo acompaña, y quedará reducida la operacion á $\frac{3}{4} : \frac{5}{2} =$, se divide por las reglas dadas:

$$\frac{3}{4} : \frac{5}{2} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \text{ etc.}$$

151. P. Cómo se divide un número misto por un entero?

R. Se reduce el entero del dividendo á la especie del quebrado que lo acompaña, y queda reducida la operacion á dividir un quebrado por un entero.

Ejemplo: $4\frac{2}{3} : 6 =$; reduzco el entero á la especie del quebrado, y tendré $\frac{14}{3} : 6 = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$ etc.

152. P. Cómo se divide un número misto por un quebrado?

R. Se reduce el entero del dividendo á la especie del quebrado que lo acompaña, y queda reducida la operacion á dividir un quebrado por otro.

Ejemplo: $8\frac{4}{5} : \frac{3}{4} =$; reduzco el entero á la especie del quebrado, y tendré: $\frac{44}{5} : \frac{3}{4} = \frac{176}{15} = 11\frac{11}{15}$ etc.

VALUAR.

153. P. Qué es valuar un quebrado?

R. Hallar su valor en unidades de especie inferior á aquellas á que se refiere el quebrado.

154. P. Cuántos casos ocurren en valuar quebrados?

R. Cuatro: valuar un quebrado que se refiere á una unidad: valuar un quebrado que se refiere á muchas unidades; valuar un quebrado que se refiere á otro quebrado, y valuar un quebrado que se refiere á otro quebrado y á muchas unidades.

155. P. Cómo se valua un quebrado que se refiere á una unidad ?

R. Se divide el numerador por el denominador; si el quebrado es propio, el denominador, que es el divisor, es mayor que el numerador, que es el dividendo; se multiplica, pues, el dividendo por las veces que la especie inferior inmediata esté contenida en la superior; y este producto se divide por el divisor; el cuociente será de la especie inferior inmediata á la que se refiere el quebrado; si queda resíduo se multiplicará por las veces que la unidad de especie inferior inmediata está contenida en la superior; se vuelve á dividir, y se hace lo mismo hasta que no quede resíduo alguno.

5	6
20	3a. 8lb. 5oz. 5ad. 1t.
2	
50	
2	
32	
2	
32	
2	
6	
0	

Ejemplo: $\frac{5}{6}$ de 1 ql.; divido el numerador 5 por el denominador 6 y la operacion se indicará: como el quebrado es propio el denominador es mayor que el numerador, y por eso no cabe; se multiplica luego el dividendo 5 por 4 que son las arrobas que tiene un quintal, y el producto 20 se divide por 6, y el cuociente 3 serán arrobas; queda un resíduo que es 2, se multiplica por las libras que tiene una arroba, que son 25, y el producto 50 se divide por 6, y el cuociente 8 serán libras; queda un resíduo, que es 2, se multiplica por las onzas que tiene una libra, que son 16; el producto 32 se divide por 6 y el cuociente 5 serán onzas; queda un resíduo, que es 2, se multiplica por los adarmes que tiene una onza, que son 16; el producto 32 lo divido por 6 y el cuociente 5 serán adarmes; queda un resíduo, que es 2, se multiplica por los tomines que tiene un adarme, que son 3; el producto 6 se divide por 6, y el cuociente 1 será un tomin: el cuociente, 3 a. 8 lb. 5 oz. 5 ad. 1 t. será el valor del quebrado.

156. P. Cómo se valua un quebrado que se refiere á muchas unidades?

R. Se multiplica el numerador del quebrado por el entero y este producto se divide por el denominador del quebrado, y se hace lo mismo que el anterior.

Ejemplo: $\frac{3}{8}$ de 5 ql.; multiplico el numerador 3 por el entero 5 y el producto 15 lo divido por el denominador 8; indicando la operacion de este modo:

15	8
7	1 ql. 3 a. 12 lb. 8 oz.
28	
4	
100	
20	
4	
64	
0	

Como $\frac{15}{8}$ es un quebrado impropio, el primer cuociente, 1, será de la especie á que se refiere el quebrado, es decir será 1 ql., luego se multiplica por las arrobas que tiene un quintal, y se hace lo mismo que en el primer caso.

157. P. Cómo se valua un quebrado que se refiere á otro quebrado?

R. Lo primero que se hace es reducirlo al primer caso, para lo cual se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador, y luego se valua como el primer caso.

Ejemplo: $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$ de ql., multiplico los numeradores $3\times5=15$, y luego los denominadores, $4\times6=24$, quedando reducida la operacion á $\frac{15}{24}$ de 1 ql.; valuo como el primer caso y tendré la operacion: multiplico el 15 por 4 que son las ar. que tiene un quintal, y el producto 60 lo divido; el resíduo 12 lo multiplico por 25 y el producto 300 lo divido; el residuo 12 lo multiplico por 16, multiplicando por 4 y por 4, y el producto 192 lo divido; como no queda resíduo se concluyó la division.

15	24
60	2 ar. 12 lb. 8 oz
12	
300	
60	
12	
48	
192	
00	

158. P. Cómo se valua un quebrado que se refiere á otro quebrado y á muchas unidades?

R. Se reduce al primer caso, para lo cual se multiplican los numeradores y el producto se multiplica por el entero, y luego se multiplican los denominadores; despues se valua como el primer caso.

Ejemplo: $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de 3 qls., multiplico los numeradores $2 \times 4 = 8$, y este producto 8 lo multiplico por el entero 3, y tendré 24; luego multiplico los denominadores $3 \times 5 = 15$, y quedará reducida la operacion á valuar $\frac{24}{15}$ de 1 ql.; como el quebrado es impropio, el primer cuociente es de la especie á que se refiere.

24	15
9	1ql. 2 ar. 10 oz.
36	
6	
150	
00	

DECIMALES.

159. P. Qué son quebrados decimales?

R. Son quebrados cuyo denominador, que es la unidad seguida de ceros, esta determinado por las cifras que tiene el numerador.

160. P. Cómo se divide la unidad en los quebrados decimales?

R. La unidad se divide en diez partes iguales llamadas *décimas*, cada *décima* en diez partes iguales llamadas *centésimas*, cada *centésima* en otras diez partes llamadas *milésimas*, cada *milésima* en otras diez llamadas *diez milésimas*, cada *diez milésimas* en otras diez llamadas *cien milésimas*. cada *cien milésimas* en otras diez llamadas *millonésimas*, y así en adelante *diezmillonésimas*, *cienmillonésimas*, *milmillonésimas*, *diezmilmillonésimas* *cienmilmillonésimas*, etc. etc.

161. P. Cómo se leen las decimales?

R. Se leen como si fueran enteros, pronunciando al fin el nombre que les corresponda, segun el número de sus cifras.

Ejemplo: 0, 467; leida esta cantidad como enteros dice: *cuatrocientos sesenta y siete:* ahora se cuentan las cifras, son 3 cifras; segun se ha dicho, en el primer lugar son *décimas*, en el segundo *centésimas*, en el tercero *milésimas*, en el cuarto *deczmilésimas*, en el quinto *cienmilésimas*, en el sesto *millonésimas*, ; luego si hay tres cifras serán *milésimas* y leeré diciendo : *cuatrocientas sesenta y siete milésimas.*

Ejemplo : 0,0875, se lee *ochocientos setenta y cinco diezmilésimas :* 0,401908, se lee *cuatrocientas un mil novecientas ocho millonésimas :* 0,7364068, se lee *siete millones, trescientas sesenta y cuatro mil, sesenta y ocho diezmillonésimas.*

162. P. Cómo se escriben las decimales ?

R. Lo primero que se hace es ver cuántas cifras se necesitan para escribir la clase de unidades que se quieren escribir ; se verá tambien con cuántas cifras se podrá escribir el número en enteros ; y si las cifras que se necesitan para escribirlo en enteros es igual al número de cifras que se necesitan para escribirlo en decimales, se pondrá un 0, despues de él una coma, y luego la cantidad se escribirá como en enteros ; mas si para escribir la cantidad en decimales se necesitan mas cifras que en enteros, se pondrán despues de la coma tantos ceros como se necesitan para completar el número de cifras que es menester. Ejemplo : quiero escribir : *cuatro mil seiscientas setenta y cinco diezmilésimas;* lo primero que hago es ver cuántas cifras necesito para escribir el número en enteros ; como llega hasta la unidad de millar se necesitan cuatro cifras; ahora veo cuántas cifras necesito para escribir en decimales; como las *diezmilésimas* ocupan el cuarto lugar, necesito cuatro cifras ; y como el número de cifras que necesito para escribirlo en enteros es igual al número de cifras que necesito para escribirlo en decimales, pondré un 0, despues una coma y despues de la coma escribiré la cantidad así : 0,4675.

Ejemplo : quiero escribir, *quinientas cuarenta y ocho millonésimas*, veré cuántas cifras necesito para escribir dicha cantidad, como llega hasta la centena simple, se necesitan tres cifras ; ahora veré cuantas cifras necesito para escribirla en decimales ; como las *millonésimas* ocupan el sesto lugar necesito seis cifras, y como el número de cifras que necesito para escribirla en enteros, es menor que el que necesito para escribirla en decimales, veo cuantas cifras faltan para completar el número, y veo que le faltan tres cifras para completar las seis, luego pondré tres ceros delante de la cantidad, y quedará escrita de este modo: 0,000548.

163. P. En cuántos casos no se altera el valor de las decimales?

R. Cuando á continuacion de la cantidad se quitan, ó se añaden ceros.

Ejemplo: 0,47; si á esta cantidad añado un cero tendré 0,470, es decir, puesta en forma de quebrado 0,47, es igual á $\frac{47}{100}$ y 0,470, es igual á $\frac{470}{1000}$; mas como el quebrado $\frac{470}{1000}$ se puede simplificar por 10, borrando los dos ceros, tendré $\frac{47}{100}$, luego á $\frac{47}{100}$ ó sea 0,47, si se añade uno ó mas ceros no mudará de valor. Lo mismo sucederia si á la cantidad 0,870 se borrara el cero, no mudaria de valor, pues es igual á $\frac{870}{1000}$ simplificándolo por 10 se tendrá $\frac{87}{100}$ ó sea 0,87.

164 P. Si se ponen ceros entre la coma y la cantidad?

R. Entónces se hace la cantidad diez, ciento, mil, diezmil etc. etc. veces menor, segun los ceros que se hayan puesto.

Ejemplo: 0,36; si á esta cantidad añado dos ceros en la coma y las cifras, tendré 0,0036; ahora la cantidad 0,36 en forma de quebrado es igual á $\frac{36}{100}$, y 0,0036, es igual á $\frac{36}{10000}$, donde se vé que de estos dos quebrados el mayor es $\frac{36}{100}$, porque de quebrados que tienen un mismo numerador es mayor el que tiene menor denominador; y como 10000 es 100 veces mayor que 100, el quebrado es 100 veces menor; mas como $\frac{36}{10000}$ es igual á 0,0036 queda demostrado que esta cantidad 0,0036 es cien veces menor que 0,36: luego ha disminuido.

165. P. Cómo se reduce un quebrado comun á quebrado decimal?

R. Se toma el numerador por dividendo y el denominador por divisor; mas si el quebrado es propio el denominador, que es el divisor, no cabrá en el numerador, que es el dividendo, se pone 0 en el cuociente, despues la coma y se añade al dividendo un 0, luego se divide, y si queda resíduo se le añade otro 0 y se vuelve á dividir; haciendo lo mismo hasta que no quede resíduo aiguno.

Ejemplo: quiero reducir $\frac{4}{5}$ á quebrado decimal; dividiré el numerador por el denominador, así: como es un quebrado propio, el denominador seré mayor que el numerador y no cabrá el divisor en el dividendo, pondré 0 en el cuociente y despues una coma, luego añadiré un cero al dividendo, y podré dividir; el cuociente es el quebrado decimal equivalente al quebrado comun $\frac{4}{5}$.

40	5
	0,8

166. P. Resulta siempre cuociente exacto?

R. No señor; resulta cuociente exacto cuando los factores del denominador son 2 ó 5; mas cuando no son estos, resulta que se repiten los guarismos del cuociente.

167. P. Qué nombre tomarán segun que se repitan ó no?

R. El de *exactas* cuando no queda resíduo; *periódicas*, cuando se repiten todos los guarismos del cuociente; y *mista* cuando unos se repiten y otros no.

Ejemplo: $\frac{4}{5}$ reducido á decimal es . . . . Como no queda residuo se llaman ocho *décimas exactas.*

40	5
	0,8

Ejemplo: $\frac{2}{3}$ reducido á decimal es: Como se repite todo el cuociente que es 6, se llaman 6 *décimas periódicas.*

20	3
20	0,666 etc.
20	
2	

Ejemplo: $\frac{8}{15}$ = ; como aquí no se repite todo el 53, sino la cifra 3, por eso se llama *decimal mista.*

80	15
50	0,533 etc.
50	
50	
5	

Al reducir un quebrado comun á quebrado decimal saldrá *decimal exacta*, si los factores del denominador son 2 ó 5: saldrá *decimal periódica* si los factores del denominador no son ni 2 ni 5, y saldrá *decimal mista* si el denominador ademas de tener por factor el 2 ó el 5, tiene otro número cualquiera.

168. P. Cómo se reduce un quebrado decimal á quebrado comun?

R. Aquí pueden ocurrir tres casos; que la fraccion decimal sea *exacta*, *periódica* y que sea *mista*. Si la fraccion decimal es *exacta* se ponen por numerador los guarismos significativos, y por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales hay.

Ejemplo: quiero reducir á quebrado comun la fraccion decimal 0,45, pondré el 45 por numerador, y pondré por denominador la unidad seguida de dos ceros, porque hay dos decimales, y tendré $\frac{45}{100}$, simplificando es igual á $\frac{9}{20}$. Si la fraccion decimal es *periódica* (lo que se indicará poniendo estas dos rayitas (ˇ) á derecha é izquierda del período) se ponen por numerador las cifras decimales, y por denominador tantos nueves como cifras decimales hay; si ántes de estas cifras hubiese ceros, se pondrán despues de los nueves tantos ceros como habia ántes de los guarismos significativos.

Ejemplo: quiero reducir á quebrado comun la fraccion 0,48, pondré por numerador el 48, y por denominador dos nueves, porque hay dos cifras decimales; y tendré $\frac{48}{99}$; simplifico y será igual á $\frac{16}{33}$.

Otro: quiero reducir á quebrado comun la fraccion 0,006, pondré por numerador la cifra significativa 6, y por denominador un 9; pero como ántes del 6 hay dos ceros, pondré despues del 9 dos ceros, y tendré $\frac{6}{900}$; simplificando será igual $\frac{1}{150}$.

Si la fraccion decimal es *mista* se multiplican los guarismos *no periódicos* por tantos nueves seguidos como guarismos *periódicos* hay, y á este producto se añaden los guarismos *periódicos*. Se ponen por denominador tantos nueves como guarismos *periódicos* hay, y despues de los nueves tantos ceros como guarismos *no periódicos* hay.

Ejemplo: quiero reducir á quebrado comun la fraccion 0, 26, multiplicaré el 2, guarismo *no periódico*, por un 9; porque solo hay un guarismo *periódico*, que es 6; y al producto 18 añadiré el 6, guarismo *periódico*, y á la suma 24 pondré por denominador un 9, porque solo hay un guarismo *periódico*, y un 0 despues del 9, porque hay un guarismo *no periódico*; y el quebrado comun será $\frac{24}{90}$; simplifico, $=\frac{4}{15}$.

OPERACIONES CON LAS DECIMALES.

SUMAR.

169. P. Como se suman las decimales?

R. Se colocan los sumandos los unos debajo de los otros, es decir: las décimas debajo de las décimas, las centésimas debajo de las centésimas, etc, se suman como números enteros, y en la suma se separan de derecha á izquierda, con una coma, tantas cifras decimales como haya en el sumando que tengan mas cifras decimales.

Ejemplo: Quiero sumar las cantidades: 17, 76; 875, 0875; 46, 5; 146, 765 y 90, 03; las colocaré como aquí se ve: empezaré colocando las unidades debajo de las unidades, las décimas debajo de las décimas, las centésimas debajo de las centésimas, etc; sumaré como enteros, y en la suma separaré de derecha á izquierda, con una coma, tantos guarismos como cifras decimales haya en el sumando que tenga mas; el que tiene mas es 875,0875, que tiene cuatro; luego separaré cuatro, y tendré la suma 1175,1425.

16,76
875,0875
46,5
146,765
90,03
1175,1425

RESTAR.

170. P. Cómo se restan las decimales?

R. Se coloca el sustraendo debajo del minuendo, de modo que las unidades estén debajo de las unidades, las décimas debajo de las décimas, las centésimas debajo de las centésimas, etc; se restan como enteros, y en la resta se separan de derecha á izquierda, con una coma, tantos guarismos como cifras decimales haya en el que tenga mas de los dos.

Ejemplo: Quiero quitar de 94,876 la cantidad 58,463: los colocaré como he dicho, y tendré la operacion así: empezaré restando por la derecha como enteros; y en la resta separaré de derecha á izquierda tantos guarismos como decimales haya en el que tenga mas: ámbos tienen tres

94,876
58,463
36,413

males: luego separaré tres guarismos, y tendré la resta 36,413.

Ejemplo: Quiero quitar de 463,7645 la cantidad de 142,65; las colocaré así: . . . . Empezaré restando por la derecha, como en enteros; como de 5 no quito nada, quedan 5; como de 4 no quito nada, quedan 4, y así en adelante, etc.; como el que tiene mas cifras decimales tiene cuatro, separaré en la resta cuatro guarismos, y tendré 321,1145.

463,7645
142,65
321,1145

Ejemplo: Quiero quitar de 87,45 la cantidad 19,3765; las colocaré así: . . . . Empezaré restando por la derecha, como en enteros: de 5 á 10 van 5; de 6 á 9 van 3; de 7 á 14 van 7, etc.; y en la resta separaré cuatro cifras, porque el que tiene mas cifras decimales tiene cuatro, y la resta será 68,0735.

87,45
19,3765
68,0735

MULTIPICAR.

171. P. Cómo se multiplican las decimales?

R. Se multiplican como si fueran enteros; y en el producto se separan tantas cifras de derecha á izquierda como decimales haya en ámbos factores juntos.

Ejemplo: Qiero multiplicar la cantidad 46,874 por la cantidad 9,56; los colocaré así: Empezaré multiplicando como enteros: 4 por 6, 24, etc.; y en el producto separaré cinco cifras, porque el multiplicando tiene tres decimales, y el multiplicador tiene dos decimales; luego tres del multiplicando y dos del multiplicador son cinco decimales, y tendré el producto 448,11544.

46,874
9,56
2 81244
23 4370
421 866
448,11544

172. P. Cómo se multiplican las decimales por 10, 100, 1000, etc.?

R. Para multiplicar por la unidad seguida de ceros se corre la coma tantos lugares hácia la derecha como ceros hay despues de la unidad.

Ejemplo: La cantidad 46,76 multiplicada por 10: corro la coma un lugar hácia la derecha, y tendré 467,6; la cantidad 18,654 multiplicada por 100: corro la coma dos lugares hácia la derecha, y tendré 1865, 4; y así en adelante: para multiplicar por 1000 se corre tres lugares hácia la derecha; por 10000, cuatro, etc.

DIVIDIR.

173. P. Cómo se dividen las decimales?

R. Se dividen como si fuesen enteros, y se separan en el cuociente tantas cifras de derecha á izquierda como decimales tenga el dividendo mas que el divisor. Si el divisor tuviese mas cifras decimales que el dividendó, al bajar el último guarismo del dividendo se pondrá en el cuociente un punto despues de sus guarismos; se añadirán ceros al resíduo; se sigue dividiendo; y cuando haya cifras bastantes se correrá el punto ó coma tantos lugares hácia la derecha como decimales tiene el divisor mas que el dividendo.

Ejemplo: Quiero dividir la cantidad 48,675 por la cantidad 25,4, indicaré la operacion como aquí se vé: empiezo á dividir como si fuesen enteros; y en el cuociente 191 separaré dos cifras, porque el dividendo, que tiene tres, tiene dos cifras mas que el divisor, que tiene una. Si quiero aproximar mas el cuociente, añadiré un cero al resíduo 161 y dividiré como enteros, y seguiré añadiendo ceros hasta que tenga suficientes cifras en el cuociente.

```
48,6.7.5 | 25,4
23 2 7   | 1.91
 „ 4 1 5
   1 6 1
```

Ejemplo: Quiero dividir la cantidad 1674,5 por la cantidad 0,00465, indicaré la operacion como aquí se vé: dividiré como enteros, es decir, considerando como divisor únicamente el número 465; al bajar el último guarismo, 5, pondré despues del cuociente 36, un punto; al resíduo 5 añadiré un 0, y seguiré dividiendo hasta tener bastantes

```
16.74,5   | 0,00465
 2 79 5   | 36.0107,52
  "0 500
     "3500
      2450
       1250
        320
```

cifras en el cuociente; concluida la division, separaré del punto á la derecha, con una coma, cuatro cifras, porque el divisor tiene cuatro decimales mas que el dividendo; luego borraré el punto, y el cuociente será igual á 360107,52.

174. P. Cómo se dividen las decimales por 10, 100, 1000, etc.?

R. Para dividir por la unidad seguida de ceros se corre la coma tantos lugares hácia la izquierda como ceros hay despues de la unidad; y si no hubiese cifras bastantes se pondrán ceros.

Ejemplo: Quiero dividir la cantidad 475,4 por 10; corro la coma un lugar hácia la izquierda y tendré 47,54. Quiero dividir la misma cantidad por 100; corro la coma dos lugares hácia la izquierda y tendré 4,754. Quiero dividir la cantidad 87,46 por 1000; corro la coma tres lugares hácia la izquierda; mas como no hay bastantes cifras añadiré ceros, y tendré 0,08746.

VALUAR.

175. P. Cómo se valuan las decimales?

R. Se multiplican las decimales por el número que espresa las veces que la unidad de especie inferior inmediata está contenida en la superior; y en el producto se separan tantas cifras de derecha á izquierda como decimales hay: el número á la izquierda de la coma indicará las unidades; y si hay cifras á la derecha, se siguen valuando.

Ejemplo: quiero valuar 0,85 de ar.; indicaré la operacion así: . . . . 0,85 de ar.=21 lb. 4 oz.

La arroba tiene 25 libras;		4 25
luego multiplicaré el 0,85	lib.	21,25
por 25 (multiplicando como		1,00
se ha dicho, por 5 y por 5;) y	oz.	4,00
en el producto 2125 separa-		

ré dos cifras de derecha á izquierda, y tendré 21,25; el 21 son libras: luego multiplicaré el 25 por 16, que son las oz. que tiene una libra, y en el producto 400 separaré dos cifras y tendré 4 onzas; como á la derecha solo quedan ceros, esto indica que se concluyó la operacion; y 0,85 de ar. es igual á 21 libras 4 oz.

179. P. Cuántos casos ocurren al valuar decimales?

R. Cuatro, á saber: valuar una decimal que se refiere á una unidad, que es el anterior; valuar una decimal que se refiere á muchas unidades; valuar una decimal que se refiere á otra, y valuar una decimal que se refiere á otra y á muchas unidades.

177. P. Cómo se valua una decimal que se refiere á muchas unidades?

R. Se multiplica la decimal por el entero y queda reducido al primer caso.

Ejemplo: quiero valuar 0,23 de 4 ql., indicaré la operacion de este modo . . . . . . 0,23 de 4 qs.=3 ar. 17 lib.

multiplico el 0,23 por 4; en el	0,92
producto 92 separaré dos, por-	3 68
que hay dos decimales; y que-	3 40
da reducido á valuar 0,92 de	1700
ql.; ejecutando como el pri-	

mer caso tendré que 0,23 de 4 ql. es igual á 3 ar. 17 libras.

178. P. Cómo se valua una decimal que se refiere á otra?

R. Se multiplican las dos decimales y queda reducido al primer caso.

Ejemplo: quiero valnar 0,56 de 0,4 de ql., indicaré la operacion así: . . . . . 0,56 de 0,4 de ql.=22lb. 1oz. 9 ad.

multiplico 0,56 por 0,4	0,2 24
y en el producto 224	4 4 80
separaré tres cifras,	22,4 00
por las reglas de mul-	1,6
tiplicar decimales; y	9,6
queda reducido á va-	

luar 0,224 de ql.; ejecutando la operacion como en el primer caso tendré que 0,56 de 0,4 de ql., es igual á 22 lb. 1 oz. 9 ads.

179. P. Cómo se valua una decimal que se refiere á otra y á muchas unidades?

R. Se multiplican las decimales, y el producto se multiplica por el entero y queda reducido al primer caso.

Ejemplo: quiero valuar 0,95 de 0,4 de 6 ql.; multiplico 0,95 por 0,4 y el producto 0,380 lo multiplioo por el entero 6, y tendré 2,28; quedando reducido á valuar 2,28 de ql.; indicaré la operacion de este

modo:	2,28 de ql.
Ejecutando como el primer caso tendré	1,12
que 0,95 de 0,4 de 6 ql. es igual á 2 ql. 1	60
ar. 3 libras.	3,00

DENOMINADOS.

180. P. Qué son números denominados?

R. Unos números que constan de unidades de diferente especie relativas todas á una unidad principal. Como, 6 varas, 2 piés, 8 pulg, en que la unidad principal es la vara.

181. P. Cómo se suman los números denominados?

R. Se colocan los sumandos de modo que las unidades de cada especie estén unas debajo de otras; se tira una raya; se empieza á sumar por la derecha, poniendo una rayita cada vez que la suma contenga alguna unidad superior; si no contiene ninguna unidad superior, se pone la suma debajo de la raya: si contiene algunas unidades, al pasar á sumar las otras unidades se sumarán estas tambien; y así se continuará sumando hasta llegar á la unidad superior.

Ejemplo: quiero sumar los números: 4 ql. 3 ar. 10 lb. con 18 ql. 2 ar. 20 lb; con 40 ql. 3 ar. 18 lb.: los colocaré

de este modo	4 ql. 3- ar. 10 lb.
Enpezaré sumando por la derecha;	18 " 2 " 20- "
10 y 20 son 30; mas como en 30 libras	40 " 3- " 18
hay una ar. y 5 lb, pondré al lado del	
20 una rayita; 5 libras que sobran y	64 " 1 " 2
18 son 23, mas como en 23 lb. no hay	

ninguna arroba pondré 23 debajo de la raya: pasaré á sumar las ar., teniendo presente que la rayita me indica que tengo que añadir á las ar. una mas; y diré 1 y 3 son 4 ar.; mas como en 4 arrobas hay un quintal, pondré una rayita al lado del 3, no sobra nada; 2 y 3 son 5 arrobas, hay un quintal y 1 arroba; pondré una rayita y escribiré la 1 arroba debajo de la raya: pasaré á sumar los quintales;

las dos rayitas indican que he de añadir 2 quintales, y diré: 2 y 4 son 6, y 8 son 14 etc. y lo que está debajo de la raya indica la suma.

Ejemplo: quiero sumar los números 6 varas, 2 piés, 8 pulgadas; con 20 varas, 1 pié, 10 pulgadas; con 1 vara, 2 piés, 7 pulgadas: los colocaré como he dicho.

La vara tiene 3 piés, el pié tiene 12 pulgadas, la pulgada, 12 líneas.

6 vs.	2 ps.	8 pls.
20 –	1 –	10 –
1 –	2 –	7 –
29 -	1 -	1 -

182. P. Cómo se restan los números denominados?

R. Se coloca el sustraendo debajo del minuendo, de modo que las unidades de cada especie estén unas debajo de otras; se tira una raya, y se empieza por la derecha, restando cada unidad de sus correspondientes en el minuendo.

Ejemplo: del número 18 quintales, 3 arrobas, 14 libras, quiero quitar el número 9 quintales, 2 arrobas, 8 libras; los colocaré como he dicho . . . . . Empiezo restando por la derecha: de 8 á 14 van 6, lo que pongo debajo de la raya; de 2 á 3 va 1; de 9 á 18 van 9; y la resta será: 9 quintales, 1 arroba y 6 libras.

18 qls.	3 ar.	14 lbs.
9 –	2 –	8 -
9 –	1 –	6 -

183. P. No hay casos en que las unidades del sustraendo sean mayores que sus correspondientes del minuendo?

R. Si, señor; y entónces se tomará una unidad de la especie superior inmediata, la que se reducirá á la especie de la que se resta; se suma con esta, y de la suma se podrá restar: teniendo presente al restar las otras unidades que se les ha quitado una unidad.

Ejemplo: del número 24 varas, 1 pié, 8 pulgadas, quiero quitar el número 8 varas, 2 piés, 4 pulgadas; indicaré la operacion como se vé: Empezaré por la derecha; de 4 á 8 van 4; de 2 á 1 no se puede: tomaré una vara, que son 3 piés, y 1 son 4 piés, luego de 2 á 4 van

24 vs.	1 pié	8 pls.
8 –	2 –	4 –
15 –	2 -	4 -

2; como se ha quitado una unidad á las varas, diré: de 8 á 13 van 5, etc., etc., y la resta será 15 varas, 2 piés, 4 pulgadas.

184. P. Cómo se reduce un número denominado á quebrado?

R. Se reduce el número denominador á la menor de su especie, y se le pone por denominador el número que indica las veces que la unidad de especie inferior está contenida en la superior.

Ejemplo: quiero reducir 8 quintales, 3 arrobas, 15 libras, á quebrado de quintal, es decir: quiero buscar un quebrado que, si se valúa, valga 8 quintales, 3 arrobas, 15 libras; para lo cual indicaré la operacion así:

8 qls., 3 ar., 15 lbs. á qdo. de ql.

$$\begin{array}{l} 35 \\ 175 \\ 890 \end{array} \qquad \frac{890}{10\cancel{0}} \qquad \frac{89}{10} \text{ de ql.}$$

Diré: el quintal tiene 4 arrobas, multiplico el 8 por 4 y añado las 3 arrobas, y tendré 35 arrobas; ahora la arroba tiene 25 libras; multiplico el 35 por 25, y al producto añado las 15 libras; y todo será 890 libras; esto lo pongo por numerador; para encontrar el denominador, digo: el quintal tiene 100 libras, y este será el denominador, y tendré el quebrado $\frac{89}{10}$ que es lo mismo que 8 quintales, 3 arrobas, 15 libras.

Advertencia: Al multiplicar por los factores de un número, lo que se haya de añadir se añadirá en el último producto: es decir; si tengo que multiplicar por 25, multiplicaré por 5 y por 5; pero si tuviese que añadir algo, no lo haria sino en la multiplicacion del segundo.

Ejemplo: quiero reducir á quebrado de arroba el número 3 quintales, 2 arrobas, 18 libras, indicaré la operacion como he dicho:

3 qls. 2 ar. 18 lbs. á qdo. de arroba.

$$\begin{array}{l} 14 \\ 7\cancel{0} \\ 368 \end{array} \qquad \frac{368}{25} \text{ de arroba.}$$

Busco el numerador como en el ejemplo anterior; mas como la unidad á que se refiere el quebrado es arroba, diré: la arroba tiene 25 libras, y este será el denominador.

Ejemplo: quiero reducir á quebrado de vara el número 6 varas, 2 piés, 8 pulgadas $\frac{4}{5}$: indicaré la operacion como aqui se vé:

6 varas, 2 piés, 8 pulgadas $\frac{4}{5}$ á qdo. de vara.

20

248

$$1244 = \frac{1244}{180} = \frac{311}{45} \text{ de vara.}$$

Como aquí se vé, al llegar á las pulgadas, diré: la pulgada, como toda unidad, tiene $\frac{5}{5}$, multiplico el 248 por 5 y añado el cuatro, que es el numerador; para hallar el denominador, diré: la vara tiene 3 piés, el pié tiene 12 pulgadas: luego 3 por 12 son 36, y la pulgada tiene $\frac{5}{5}$, luego 5 por 36 son 180, que será el denominador.

185. P. Como se multiplican los números denominados?

R. Se reduce el multiplicador á quebrado de la especie á que se refiere el multiplicando; se reduce el multiplicando á quebrado de la especie superior; se multiplican los dos quebrados y el producto será de la especie del multiplicando.

Ejemplo: quiero saber cuanto valen 8 quintales, 3 arrobas, 20 libras, á 5 $ 6 reales el quintal; indicaré la operacion como aqui se vé:

8 qls. 3 ar. 20 lbs. á 5 $ 6 reales ql.

35   46

$$\begin{array}{l} 175 \\ 895 \end{array} \quad \frac{\overset{179}{\cancel{895}} \times \overset{23}{\cancel{46}}}{\underset{\underset{10}{20}}{\cancel{100}} \times 8} = \begin{array}{r} 179 \\ 23 \\ \hline 537 \\ 358 \\ \hline 411{,}7 \\ \$51{,}4625 \end{array}$$

Como el multiplicando se refiere á quintales, reduciré el multiplicador á quebrado de quintales, y tendré el quebrado $\frac{825}{100}$: reduzco el multiplicando á quebrado de la especie superior, es el peso; y tendré el quebrado $\frac{46}{8}$; ahora simplifico los dos quebrados, cualquier denominador con cualquier numerador; no pudiéndole simplificar mas, multiplicaré 179 por 23, el producto es 4117; luego multiplico 8 por 10, el producto es 80; divido pues el numerador 4117 por 80; separando una cifra y sacando el octavo, tendré el producto 51 \$, y valuando la decimal será 3 reales y $\frac{7}{10}$ de real, es decir, que 8 quntales, 3 arrobas, 20 libras, á 5 \$ 6 reales quintal, valen 51 \$ 3 reales $\frac{7}{10}$ de real.

Ejemplo: quiero saber cuánto valen 10 varas, 1 pié, 8 pulgadas, á 3 \$ 4 reales $\frac{1}{2}$ la vara; indicaré la operacion como aquí se vé: 10 varas, 1 pié, 8 pulgs. á 3 \$ 4 reales $\frac{1}{2}$.

$$
\begin{array}{llll}
31 & & & 23 \\
380 \quad 95 & & & 57 \\
\quad \cancel{38}\cancel{0}\times 57 & 95 & & \\
\hline
\quad \cancel{3}\cancel{6}\times 16 & 57 & & \\
\quad 12 & \overline{665} & & \\
16\times =192 & 475 & & \\
 & \overline{5415} & | \; 192 & \\
 & 1575 & | \; 28\$ \; 1 \text{ rl. } \frac{120}{192} & \\
 & 39 & & \\
 & 312 & & \\
 & 120 & &
\end{array}
$$

Reduzco el multiplicador á quebrado de vara; reduzco el multiplicando á quebrado de peso, la ejecuto como la anterior; el producto 5415 lo divido por 192, y tendré que 10 varas, 1 pié y 8 pulgadas á 3 \$ 4 reales $\frac{1}{2}$ valen 28 \$ 1 real $\frac{120}{192}$.

Ejemplo: quiero saber cuánto valen 18 quintales, 3 arrobas, 15 libras, á 1 \$ 2 reales $\frac{1}{2}$ la arroba; indicaré la operacion como aquí se vé:

18 qls. 3 ar. 15 libs. á 1 \$ 2 rs. $\frac{1}{2}$ art.

$$
\begin{array}{llll}
75 & 189 & 10 & \\
\cancel{37}\cancel{5} & \cancel{37}\cancel{8} & 21 & \\
1890 & \cancel{1}\cancel{89}\cancel{0} \times 21 & & 567 \\
\hline
 & \cancel{2}\cancel{5} \times \cancel{1}\cancel{6} & & 396{,}7 \\
 & \;\; 5 \qquad\;\; 8 & & \$99 \; \frac{7}{40}.
\end{array}
$$

Como el multiplicando se refiere á arroba, tengo que reducir el multiplicador á quebrado de arroba; ejecutando, como anteriormente, tendré que 18 quintales, 3 arrobas, 15 libras, á 1 $ 2 reales $\frac{1}{2}$ la arroba, valen 99 $ 1 real $\frac{3}{8}$.

186. P. Cómo se dividen los denominados?

R. Aquí como en multiplicar pueden ocurrir tres casos, á saber: dividir un número denominado por un número concreto, dividir un número concreto por un número denominado, y dividir un número denominado por otro número denominado.

187. P. Cómo se divide un número denominado por un número concreto?

R. Se reduce el número denominado á quebrado de la especie superior, y queda reducida la operacion á dividir un quebrado por un entero.

Ejemplo: quiero repartir 95 varas, 2 piés, 8 pulgadas, entre 6 hombres, indicaré la operacion como aquí se vé:

95 varas 2 piés 8 pulgadas : 6 hombres
287
3452 $\quad \frac{3452}{36} : 6 = \frac{3452}{216}$

Reduzco el dividendo á quebrado de vara, que es la especie superior; y tendré la operacion reducida á dividir $\frac{3452}{36}$ por 6: el cuociente $\frac{3452}{216}$ lo valuaré, y me resultará 15 varas, 2 piés, 11 pulgadas, 4 líneas, que es lo que toca á cada hombre.

188. P. Cómo se divide un número concreto por un número denominado?

R. Se reduce el divisor á quebrado de la especie superior, y queda reducida la operacion á dividir un entero por un quebrado.

Ejemplo: 6 quintales, 3 arrobas, 15 libras, me han costado 196 $, quiero saber cuánto me costó cada quintal; indicaré la operacion así:

196 $: 6 quintales 3 arrobas 15 libras
27
135
690

$$196 \frac{690}{100} = \frac{1960}{69}$$

Tendré que dividir, porque conocido el valor de muchas unidades quiero averiguar el valor de una: reduciré el divisor á quebrado de la especie superior, que es el quintal; y quedará reducida la operacion á dividir un entero por un quebrado: el cnociente $\frac{1960}{69}$ lo valuaré y me resultará 28 $ 3 reales $\frac{17}{69}$, valor de un quintal.

189. P. Cómo se divide un número denominado por otro número denominado?

R. Se reduce el dividendo á quebrado de la especie superior; se reduce el divisor á quebrado de la especie de lo que se pregunta, y se dividen como dos quebrados.

Ejemplo: con 108 $ 6 reales compré 12 quintales, 3 arrobas, 10 libras de algodon, ¿cuánto me costó el quintal? Indicaré la operacion como se vé:

108 $ 6 reales : 12 quintales 3 ar. 10 lib. × = 8 $ 3 $\frac{31}{257}$ rs.
870 — 1285

$$\frac{870}{8} : \frac{1285}{100} = \frac{87000}{10280}$$

Reduzco el dividendo á quebrado de peso; reduzco el divisor á quebrado de quintales, porque lo que se pregunta es el valor de un quintal: dividiendo como dos quebrados, tendré que cada quintal vale 8 $ $\frac{331}{257}$ reales. Si se quiere averiguar el valor de una arroba, se reduce el divisor á quebrado de arroba.

TARA.

190. P. Qué se entiende por *tara*?

R. La rebaja ó deduccion que se hace del peso bruto para hallar el peso neto.

191. P. Qué es él peso *bruto*?

R. Lo que pesa una mercancía con el casco ó fardo que la contiene.

192. P. Qué es el peso *neto*?

R. Lo que pesa la mercancía por sí sola, es decir; sin el casco ó fardo que la contiene.

193. P. Cómo se halla el peso neto?

R. Se resta la tara del peso pruto y la resta es el peso neto.

Ejemplo: quiero saber cuánto valen 40 bocoyes de azúcar, que cada uno pesa 12 quintales, 3 arrobas, 20 libras, á 4 $ 6 reales ½ el quintal: indicaré la operacion como se vé:

40 boc. 12 qls. 3 ar. 20 lbs. (110 tara) á 4 $ 6 rs. ½ ql

$$\begin{array}{r} 51 \\ \cancel{255} \\ \text{peso bruto} = 1295 \\ \text{tara} - \ 110 \\ \hline \text{peso neto} - 1185 \end{array} \qquad \frac{1185 \times \overset{1}{\cancel{40}} \times 77}{\cancel{100} \times \underset{4}{\cancel{16}}} = \frac{\overset{\overset{38}{77}}{91245}}{40}$$

Yo no voy á pagar tambien por lo que pesa el bocoy, sino por el azúcar que contiene: luego vaciaré un bocoy y veré cuánto pesa el casco; veo que pesa 110 libras, y como son todos casi iguales, diré que la tara de cada bocoy son 110 libras: reduciré el peso bruto de un bocoy á libras, veo que pesa 1295 libras, este es el peso bruto; restaré, pues, la tara del peso bruto y me dará el peso neto, que es 1185 libras, lo que reduciré á quebrado de quintal, como en denominados; lo multiplicaré por 40 para saber el peso de todos los bocoyes, y ejecutaré la operacion como multiplicar denominados: valuando el quebrado $\frac{91245}{40}$, resulta que valen todos los bocoyes 2281 $ 1 real.

Ejemplo: quiero saber cuánto valen 10 cajones de fideos que cada uno pesa 3 arrobas 18 libras, teniendo de tara 15 libras por cada cajon, á 4 $ 3 rs. ½ quintal; indicaré la operacion como aquí se vé:

20 caj. 3 ar. 18 lbs. (15 tara) á 4 $ 3 rs. ½ quintal

$$\begin{array}{r} 93 \\ 15 \\ \hline 78 \end{array} \qquad \frac{\overset{39}{\cancel{78}} \times \cancel{20} \times 71}{\cancel{100} \times \underset{\underset{4}{\cancel{8}}}{\cancel{16}}} = \frac{\overset{\overset{35}{71}}{2769}}{40}$$

Reduciré las arrobas á libras y restaré la tara para hallar el peso neto, que es 78 libras, y ejecutaré la operacion como la anterior: valuando el quebrado tendré que valen 69 $ 1 real $\frac{3}{10}$.

REGLA DE TRES.

194. P. Qué es regla de tres?

R. La que enseña á determinar el efecto por medio de la causa, ó la causa por medio del efecto cuando se conoce su relacion.

195. P. Cómo se divide la regla de tres?

R. En simple y compuesta.

196. P. Cuándo será simple?

R. Cuando para hallar lo que se busca se necesita atender á una sola circunstancia; y compuesta cuando hay que atender á dos ó mas.

197. P. Cómo se divide la regla de tres simple?

R. En directa é inversa.

198. P. Cuándo será directa?

R. Cuando aumentando la causa aumenta el efecto, ó cuando disminuyendo la causa disminuye el efecto.

Ejemplo: sé que diez hombres en ocho dias han hecho 90 varas de pared; quiero saber 18 hombres en los mismos dias cuántas varas de pared harán? Esta es una regla de tres simple, porque las varas de pared dependen únicamente de una circunstancia que son los hombres; y es directa porque mas hombres, que es la causa, harán mas varas, que es el efecto.

Ejemplo: sé que 10 bueyes para arar 6 cuerdas de terreno necesitan trabajar 8 dias, y quiero saber, 15 bueyes trabajando 10 dias cuántas cuerdas ararán? Esta es una regla de tres compuesta, porque las cuerdas que se buscan dependen de dos circunstancias, que son del número de bueyes y del número de dias que trabajan.

199. P. En una regla de tres simple, cuántos números entran?

R. Tres: dos del supuesto y uno de la pregunta.

200. P. Cuáles son los números del supuesto?

R. El efecto y la causa conocidos.

201. P. Qué nombre toman los del supuesto?

R. Principal y relativo del supuesto. El principal es de la misma especie que el de la pregunta, y el relativo es de la especie de lo que se busca.

Ejemplo: cuando quiero averiguar cuántas varas de pared harán 18 hombres, sabiendo que 10 hombres hacen 90 varas; los números del supuesto son 10 hombres y 90 varas; y el de la pregunta es 18 hombres; el principal del supuesto es 10 hombres, porque es de la misma especie que el de la pregunta; y el relativo es 90 varas, porque varas son lo que se busca; el principal del supuesto, 10 hombres, y el de la pregunta 18 hombres, se llaman principales.

202. P. Cómo se escribe una regla de tres simple directa?

R. Se pone el principal del supuesto, luego dos puntos (:), despues de los dos puntos el principal de la pregunta, luego cuatro puntos (::); y despues de los cuatro puntos el relativo del supuesto.

Ejemplo: 10 hombres : 18 hombres :: 90 varas : x.

203. P. Cómo se lee una regla de tres cuando está escrita?

R. Donde hay dos puntos se lee *es á*, y donde hay cuatro se lee *como*.

Ejemplo: 10 hombres : 18 hombres :: 90 : x, se lee: *diez hombres es á* 18 *hombres, como* 90 varas *es á* x, ó *es á lo que salga.*

204. P. Cómo se resuelve una regla de tres cuando ya está escrita?

R. Se multiplica el segundo término por el tercero; y el producto se divide por el primero, y el cuociente es el cuarto término, ó lo que se busca.

Ejemplo: 10 hombres : 18 hombres :: 90 varas : x; se resolverá multiplicando el 18, segundo término, por el 90, tercer término; y el producto 1620 se divide por 10, primer término; y el cuociente 162 es el cuarto término ó las varas que se buscan.

205. P. Se simplifican las reglas de tres?

R. Sí, señor; el primer término se puede simplificar con el segundo, ó con el tercero; pero el segundo con el tercero nunca se pueden simplificar.

Ejemplo: 10 hombres : 18 hombres :: 90 : x, puedo tachar el cero del 10 con el cero del 90, y quedará por primer término 1, por tercero 9; multiplicando el segundo por el tercero, y dividiendo por el primero, tendré 162 varas; que es el cuarto término.

206. P. Cuándo será inversa la regla de tres?

R. Cuando aumentado la causa, disminuye el efecto, ó cuando disminuyendo la causa, aumenta el efecto.

Ejemplo: sé que 20 hombres para hacer 180 varas de muralla han empleado 8 dias; quiero saber 30 hombres para hacer las mismas varas, cuántos dias emplearán. Bien se vé que trabajando mas hombres, se hará el trabajo mas pronto; luego es inversa, porque aumentando la causa, que son los hombres, disminuye el efecto, que son los dias.

207. Cómo se escribe una regla de tres inversa?

R. Principal de la pregunta *es al* principal del supuesto, *como* relativo del supuesto, *es á* lo que salga.

Ejemplo: en una fortaleza están sitiados con víveres para mantenerse cuatro meses 1000 hombres; reciben una órden del General en que les dice: que si sostienen el sitio, dentro de seis meses enviará refuerzos para combatir á los sitiadores. No habiendo víveres sino para 4 meses, y teniendo que mantenerse 6 meses, tienen que hacer una de dos, ó sacar soldados de la fortaleza, ó comer ménos racion; convienen en comer ménos; se trata de averiguar la parte de racion que ha de tocar á cada uno. Esta es una regla de tres inversa; porque aumentando la causa, que son los meses, disminuye el efecto, que es la racion de cada uno: el principal de la pregunta es 6 meses; la escribiré como se vé: 6 meses : 4 meses : : 1 : $x = \frac{2}{3}$ de la racion. La racion que cada uno comia antes de recibir la órden se llama 1; y lo que resulta es que han de comer $\frac{2}{3}$ de la racion anterior; es decir, si pesaba 6 libras, ahora solo pesará $\frac{2}{3}$ de 6 libras, que son 4 libras, etc., etc.

208. Cómo se escribe una regla de tres compuesta?

R. Se pone por tercer término el que es de la especie de lo que se busca; se escriben las reglas de tres simples refiriendose todas á él, separando las cantidades de cada término con el signo de multiplicar; se ejecutan las operaciones indicadas y lo que resulta es lo que se busca.

Ejemplo: sé que 20 hombres para hacer 85 varas de pared han empleado 4 dias; quiero saber 15 hombres para hacer 100 varas, cuántos dias emplearán? Esta es una regla de tres compuesta; porque el número de dias que emplearán depende del número de hombres y de las varas que han de hacer. Lo que se busca son los dias que emplearán; luego pondré por tercer término los dias conocidos, é indicaré la operacion de este modo:

$$\cancel{15} \times \cancel{85} : \cancel{20} \times \cancel{100} :: 4 = 4 \times 20 \times 4 = 320 \mid \underline{51}$$

$$3 \quad 17 \quad 4 \quad 20 \qquad\qquad 14 \quad 6 \text{ ds. } \frac{14}{51}$$

Refiero todas las reglas de tres á cuatro dias: primera: si 20 hombres para hacer un trabajo cualquiera necesitan trabajar 4 dias, 15 hombres, que son ménos, emplearán mas dias: es inversa; porque aumentando la causa, que son los hombres, aumenta el efecto, que son los dias; luego la plantearé: principal de la pregunta, 15 hombres, es al principal del supuesto, 20 hombres, como el relativo es á lo que salga; colocando los dos puntos algo separados de 15 hombres; segunda: si para hacer 85 varas de pared, hay que trabajar 4 dias; para hacer 100 varas, cuántos dias hay que trabajar? Esta es una regla de tres directa; porque aumentando la causa, que son las varas, aumenta el efecto, que son los dias; luego la plantearé: principal del supuesto, 85 varas, es al principal de la pregunta, 100 varas, como el relativo 4 dias es á lo que salga: separaré los números del primer término 15 y 85, con el signo ×, y los del segundo término 20 y 100, con el mismo signo: simplificaré, como he dicho, cualquier número del primer término con cualquiera del segundo; y quedará reducida la operacion á multiplicar 4 por 20 y por 4, que es igual á 320; y el producto este, lo dividiré por 17 × 3, que es igual á 51; hallando por cuarto término 6 dias y $\frac{14}{51}$ de dia, que es lo que se buscaba.

Ejemplo: si para construir un camino de 2 millas de largo con 80 operarios, se necesita trabajar 4 meses; para construir otro camino de 6 millas, trabajando 50 operarios, ¿cuántos meses se necesitarán? Esta es una regla de tres compuesta; porque el número de meses que se necesitan depende de dos circunstancias, que son: del número de millas que tiene el camino, y del número de operarios que han de trabajar. Lo que se busca son los meses que necesitarán; luego pondré por tercer término los meses conocidos; y plantearé la operacion de este modo:

$$\begin{array}{l} 2\times 50 \; : \; 6\times 80 \; :: \; 4 = \frac{96}{5} \; 19\frac{1}{5} \text{ meses.} \\ \qquad\qquad\quad 3 \end{array}$$

Refiriendo todas las reglas de tres al 4 meses, diré: si para hacer un camino de 2 millas de largo hay que trabajar 4 meses; para hacer uno de seis millas ¿cuántos meses hay que trabajar? Resolviéndola como la anterior tendré que se necesita trabajar $19\frac{1}{5}$ meses, ó sean 19 meses y 6 dias.

FALSA-POSICION.

209. P. Qué es la falsa-posicion?

R. Es una regla en que con un número supuesto se halla el verdadero.

210. P. Cómo se resuelve una regla de falsa-posicion?

R. Se supone un número con el cual se ejecuta todo lo que dice el problema, y luego se plantea una regla de tres, que dice: si para obtener este resultado, necesito suponer tal número, para obtener el verdadero, ¿qué número supondré?

Ejemplo: un padre al morir dejó 6000$ repartidos del modo siguiente: tenia 3 hijos varones y 2 hembras, dejando el doble de lo que tocase á cada varon para cada hembra. Supongo que lo que tocó á cada hijo fueron 100$; como cada hija tenia el doble, le tocaria á cada una 200$: ahora bien, 3 hijos á 100$ cada uno, compondrian

300$, y 2 hijas á 200$ cada una compondrian 400$; luego lo que toca á todos debe ser igual á lo que dejó el padre: sumaré, pues, $300+400=700$; la suma me dá 700$ y el padre dejó 6000$; luego no toca á cada hijo 100$: haré entónces la regla de tres siguiente. Si para obtener el número 700, he tenido que suponer el número 100; para obtener el número 6000, que es el verdadero, ¿qué número supondré? Esta es una regla de tres directa, la que plantearé:

$700 : 6000 :: 100 : x$
6000

$857\frac{1}{7}$ es lo que toca á cada hijo resuelta la operacion: hallo que tendré que suponer el número $857\frac{1}{7}$, es decir, que es lo que toca á cada hijo: probemos si es verdad. Los tres hijos, dando á cada uno $857\frac{1}{7}$ componen $2571\frac{3}{7}$: dos hijas, dando á cada una el doble de cada hijo, que es $1714\frac{2}{7}$ componen $3428\frac{4}{7}$; lo que toca á todos debe ser igual á lo que dejó el padre; sumaré:.............................. dan lo que dejó el padre; luego está bien repartido.

	$2571\frac{3}{7}$
	$3428\frac{4}{7}$
	$6000.0

211. P. Se puede todo problema resolver por una regla de falsa-posicion?

R. Sí, señor; con tal que no entren cantidades ni por suma ni por resta.

COMPAÑÍA.

212. P. Qué es regla de compañía?

R. La que enseña á determinar la ganancia ó pérdida de cada uno de varios individuos que han puesto su caudal en un fondo para hacer alguna especulacion.

213. P. Cómo se divide la regla de compañía?

R. En dos: simple y con tiempo.

214. P. Cuándo será simple?

R. Cuando el caudal de todos los individuos permanece un mismo tiempo en el foudo.

215. P. Cuándo será con tiempo?

R. Cuando el caudal de todos los individuos no permanece un mismo tiempo en el fondo.

216. P. Cómo se resuelve una regla de compañía simple?

R. Se suma lo que pusieron todos los individuos; se divide la ganancia ó perdida total por esta suma, y el cuociente se multiplica por lo que puso cada uno; siendo este producto lo que toca á cada socio de ganancia ó pérdida.

Ejemplo: tres individuos hicieron compañía para poner una tienda; el primero puso $ 1200; el segundo puso $ 800; y el tercero puso $ 2000: al cabo de seis meses liquidaron, hallando de ganancia $ 750; quieren saber cuánto le tocará á cada uno en razon á su capital: indicaré la operacion como aqui se vé:

	1º 1200		1º	$ 225
	2º 800	$ 750	2º	150
	3º 2000		3º	375
750	$ 4000			$ 750
3500				
3000	0,1875			
2000				
000				

Sumo lo que pusieron todos y la suma es $4000; divido pues, la ganancia total, $ 750 por esta suma 4000 y el cuociente 0, 1875 lo multiplico por lo que puso el 1º, que son $1200; y el producto $225 es la ganancia del 1º. Multiplico el mismo cuociente 0, 1875 por lo que puso el 2º que son $800; y el producto $150 es la ganancia del segundo: multiplico el mismo cuociente 0, 1875 por lo que puso el 3º, que son $ 2000; y el producto $375 es lo que toca de ganancia al 3º. Para ver si está bien repartida la ganancia, sumo lo que toca á cada uno y la suma ha de ser igual á $750, ganancia total; veo que es igual, luego está bien.

217. P. No hay otro modo de resorverla?

R. Si, señor; se suman lo que pusieron todos; y para hallar lo que toca al primero, se plantea la regla de tres siguiente: lo que pusieron todos es á lo que puso el primero, como la ganancia de todos es á lo que salga: para hallar lo del segundo, dirá la regla de tres: lo que pusieron todos es á lo que puso el segundo, como la ganancia de todos es á lo que salga; y así se continúa haciendo tantas reglas de tres como socios haya.

218 P. Se simplifica la regla de compañía?

R. Sí, señor; todos los capitales se pueden simplificar por un mismo número.

Ejemplo: tres hicieron compañía; el primero puso 1500$; el segundo 400$; y el tercero, 1200$: ganaron en un negocio que hicieron 279$, ¿cuánto toca á cada uno de ganancia? Indicaré la operacion como aquí se vé: .... Puedo simplificar todos los capitales por 100, es decir, borrando los dos ceros de cada uno, y quedará reducida la operacion, á que el primero puso 15, el 2º 4 y el 3º 12: dividiendo, pues, la ganancia de todos, 279, por 31, el cuociente 9 lo multiplicaré por 15, por 4 y por 12, siendo cada producto lo que toca de ganancia á cada uno.

$$
\left.\begin{array}{ll} 1.^\circ & 15\cancel{0}\cancel{0} \\ 2.^\circ & 4\cancel{0}\cancel{0} \\ 3.^\circ & 12\cancel{0}\cancel{0} \\ \hline & 31 \end{array}\right\} 279 \quad \begin{array}{lr} 1^\circ & 135 \\ 2^\circ & 36 \\ 3^\circ & 108 \\ \hline & 279 \end{array}
$$

219. P. En qué está fundada la regla de compañía simple?

R. En que las ganancias ó pérdidas están en razon directa de los capitales; es decir, que á mayor capital corresponde, mayor ganancia ó pérdida; y á menor capital corresponde menor ganancia ó pérdida.

Problema: tres individuos J., S. y A., hicieron compañía para cargar un buque, por su cuenta, de maiz: J. puso la $\frac{1}{2}$ del cargamento; S. puso $\frac{2}{5}$ del cargamento, y A. puso \$480: enviaron el cargamento, y lo vendieron ganando \$288; quiero saber cómo se repartieron la ganancia. Lo que pusieron todos es igual al capital que se llama 1; por lo tanto sumaré lo que puso J., que es $\frac{1}{2}$, con lo que puso S., que es $\frac{2}{5}$; veo que suman $\frac{9}{10}$ del capital; luego los \$480 que puso A. es lo que falta al quebrado $\frac{9}{10}$ para componer el capital, que es 1; bien se ve que lo que le falta es $\frac{1}{10}$; mas si \$480 es $\frac{1}{10}$ del capital, el capital será 10 veces mayor, ó sean \$ 480; sacando del total la parte que puso cada uno, tendré que J. puso $ 2400, ó sea la $\frac{1}{2}$; S. puso $ 1920, ó sean $\frac{2}{5}$; y A. puso $ 480, ó sea $\frac{1}{10}$: resolviendo la regla de compañia con las cantidades conocidas, tendré que á J. tocaron de ganancia $ 144; á S. $ 115, 20; y á A. $ 28, 80. No habia necesidad de buscar los capitales para repartir la ganancia; pues sabiendo que J. puso $\frac{1}{2}$ del capital; S. los $\frac{2}{5}$, y A. el $\frac{1}{10}$, sacando á la ganancia $ 288, la $\frac{1}{2}$, esto seria lo que tocaba á J.; luego los $\frac{2}{5}$, esto seria lo que tocaba á S.; y sacando $\frac{1}{10}$, esto seria lo que tocaba á A.

220. P. Cómo se resuelve una regla de compañia con tiempo?

R. Se multiplica lo que puso cada individuo por el tiempo que tuvo su caudal en el fondo; se consideran estos productos como capitales puestos á un mismo tiempo en el fondo; y se resuelve como la simple.

Ejemplo: tres individuos J., L. y M. hicieron compañia para poner una tienda; J. puso $ 2400, retirando su capital á los 6 meses de establecida la sociedad; L. puso $ 1800, retirándolos á los 10 meses; y M. puso $ 5600, retirándolos á los 14 meses: al cabo de los 14 meses liquidaron, hallando de ganancia $ 2216: quiero saber cómo se repartieron las ganancias. Indicaré la operacion como aquí se vé:

	2216				
J.	$ $24\cancel{00}$	— 6 meses	= 144	= J.	$ 288
L.	$18\cancel{00}$	— 10 "	= 180	= L.	360
M.	$56\cancel{00}$	— 14 "	= 784	= M.	1568
	98		1108		2216

Simplifico por 100, esto es, borro los dos ceros de cada capital: multiplicaré $ 24 por 6 meses; porque lo mismo produce $ 24 en seis meses, que un capital 6 veces mayor en un mes; por lo tanto, al multiplicar cada capital por el tiempo que estuvo en el fondo, lo que se hace es buscar capitales que ganen lo mismo que los anteriores; pero en un mismo tiempo todos. Multiplicaré, pues, cada capital por el tiempo que estuvo en el fondo; sumaré los nuevos capitales $ 144, mas 180, mas 784 ; y considero que J. puso $ 144, L. puso $ 180 y M. puso $ 784 ; y ejecutándola como la simple, tendré que J. ganó $ 288 ; L. ganó $ 360, y M. ganó $ 1568.

221. P. En qué está fundada la regla de compañía compuesta ?

R. En que los capitales están en razon directa de las ganancias, y en razon inversa de los tiempos ; es decir, que á mayor capital corresponde mayor ganancia ó pérdida ; á menor capital, menor ganancia ó pérdida ; y que un capital mayor necesita menos tiempo para producir una misma ganancia que un capital menor.

INTERÉS.

222. P. Qué se entiende por interés ?

R. Lo que se paga por una cantidad de dinero, prestada con ciertas condiciones.

223. P. Cuántas clases hay de interés ?

R. Dos ; simple y compuesto.

224. P. Qué es interés simple ?

R. Aquel que se paga por el capital principal.

225. P. Qué es interés compuesto ?

R. Aquel que se paga por el capital principal, y por los intereses que han dejado de pagarse.

226. P. Cuántos casos ocurren en la regla de interes ?

R. Cuatro : dado el capital, hallar el interes ó lo que produce : dado el interes y el tiempo, hallar el capital ; dado el capital y lo que produce, hallar el tiempo ; y dado el capital, el interes y el tiempo, hallar el tanto por ciento.

Se llama tanto por ciento (p. 0/0) el interés de ciento en un tiempo dado.

227. Cómo se saca el tanto por ciento á una cantidad ?

R. Se multiplica por el tanto y se parte por 100. Ejemplo : Quiero sacar el 5 p. 0/0 á la cantidad 4680 : multiplico 4680 por 5, que es el tanto ; y el producto 23400 lo divido por 100 ; y tendré que 234 es el 5 p. 0/0 de 4680.

228. P. Dado un capital, cómo se halla el interes?

R. Se halla el interes de ciento en el tiempo dado; se multiplica el interes de 100 por el capital, y el producto se divide por 100.

Problema: ¿Cuánto produce el capital $4560 al $1\frac{1}{2}$ p. 0/0 mensual en 3 meses? Buscaré lo que produce 100 en los 3 meses; si 100 produce en un mes $\frac{3}{2}$, en 3 meses producirá 3 veces mas; luego producirá $\frac{3}{2}\times3=\frac{9}{2}$; multiplico pues $4560 por $\frac{9}{2}$, y el producto, 20520, lo divido por 100; siendo $205,20 lo que produce el capital $4560 al $1\frac{1}{2}$ p. 0/0 mensual en 3 meses.

Problema: ¿Cuanto produce el capital $2800 al 6 p. 0/0 anual en 4 meses 20 dias? Indicaré la operacion como aquí se vé:

$ 2800 al 6 p. % anual en 4 meses 20 dias.

19600 $\qquad$ 7 $\qquad$ 140

65,33 $\qquad \dfrac{\cancel{6}\times\cancel{1}\cancel{4}\cancel{0}}{\cancel{3}\cancel{6}\cancel{0}}=\frac{7}{3} \qquad =\$65,33$

$\cancel{6}$

3

Reduzco los 4 meses y 20 dias, que son 140 dias (considerando el año de 360 dias); lo que produce 100 en un año es 6; luego en un dia producirá 360 veces ménos; y tendré que en un dia produce $\frac{6}{360}$; y en 140 dias, que es lo que estuvo el capital á interes, producirá 140 veces mas de lo que produce en un dia; y tendré que produce $\frac{6}{360}\times140$; simplificando como un quebrado, tendré que 100 en los 140 dias produce $\frac{7}{3}$; luego multiplico el capital $2800 por $\frac{7}{3}$, y el producto 6533 lo divido por 100; y tendré que el capital $2800, al 6 p. 0/0 anual, en 4 meses 20 dias, prôduce $65,33.

229. P. Dados el interes y el tiempo, ¿cómo se halla el capital?

R. Se busca lo que produce 100 en el tiempo dado, y se multiplica el interes dado por 100, y el producto se divide pcr lo que produce 100.

Problema: ¿Qué capital puesto al $\frac{3}{4}$ p. 0/0 mensual, en 8 meses produce $480? Indicaré la operacion como aquí se vé:

$\frac{3}{4}$ p. % en 8 meses. $480=$8000

$$\frac{\overset{2}{3\times\cancel{8}}=6}{\cancel{4}} \qquad \begin{array}{r} 48000 \\ 8000 \end{array}$$

Busco lo que produce 100 en 8 meses: si en 1 mes produce $\frac{3}{4}$, en ocho meses producirá 8 veces mas; y tendré que produce $\frac{3}{4}\times 8$; simplificándolo, tendré que 100 en 8 meses produce $6; luego multiplico el interes dado $480 por 100, y el praducto 48000 lo divido por 6 (sacando el sesto); y tendré que el capital que se necesita para producir $480, al $\frac{3}{4}$ p. 0/0 mensual, en 8 meses, son $8000.

Problema: ¿Qué capital se necesita para producir $200 en 4 meses 20 dias, puesto dicho capital al 6 p. 0/0 anual? Indicaré la operacion así:

6 p. 0/0 anual en 4 meses 20 dias. $200=$8571,42
140 dias.

$$\frac{\overset{7}{6\times\cancel{140}}=\frac{7}{3}}{\begin{array}{c}\cancel{360} \\ \cancel{6} \\ 3\end{array}} \qquad \begin{array}{r} 20000 \\ 60000 \\ \$8571,42 \end{array}$$

Busco lo que produce 100 en 4 meses 20 dias; reduzco los meses á dias, que son 140 dias; si en un año produce $6, en 1 dia producirá 360 veces ménos; y tendré que produce $\frac{6}{360}$; y en 140 dias producirá 140 veces mas; y tendré que producen $\frac{6}{360}\times 140$; simplificando, tendré que 100 en 140 dias produce $\frac{7}{3}$; multiplico, pues, el interes total 200 por 100, y el producto 20000 lo divido por $\frac{7}{3}$, multiplicando por 3 y dividiendo por 7; y tendré que para producir $200 en 4 meses 20 dias, al 6 p. 0/0 anual, se necesita el capital $8571,42.

230. P. Dados el capital y el interes, ¿cómo se halla el tiempo?

R. Se saca el tanto p. 0/0 al capital; se divide el interes total por este tanto p. %, y el cuociente es el tiempo.

Problema: El capital $2800, al $\frac{3}{4}$ p. 0/0 mensual, ha producido $105, ¿en cuánto tiempo los produjo? Indicaré la operacion como se ve:

$2800 al $\frac{3}{4}$ p. % mensual. $105=5 meses.

$$\begin{array}{lr|l} \$400 & & \\ 21,00 & 105 & 21 \\ \cline{3-3} & 00 & 5 \text{ ms.} \end{array}$$

Saco el $\frac{3}{4}$ p. % del capital, multiplicando 2800 por $\frac{3}{4}$ y dividiéndolo por 100, que son $21; estos $21 indican lo que produce dicho capital en 1 mes; luego si para producir 21 necesita 1 mes, para producir 105 necesitará tantos meses cuantas sean las veces que esté contenido 21 en 105, que son 5 veces; por eso se divide el interes total 105 por 21, indicando el cuociente que el capital $2800, al $\frac{3}{4}$ p. % mensual, para producir $105 necesita 5 meses.

Problema: El capital $4560, al 9 p. % anual, ha producido $342, ¿en cuánto tiempo lo produjo? Indicaré la operacion como aquí se vé:

$4560 al 9 p. % anual. $342= 10 meses.

$$\begin{array}{lcr|l} 13680 & & & \\ 34,20 & 3 & & \\ & 9 & 342 & 34,2 \\ \cline{2-2} \cline{4-4} & 12 & 0000 & 10 \\ & 4 & & \end{array}$$

Buscaré en cuántos meses lo produjo: si en 1 año el capital 100 produce $9, en 1 mes producirá 12 veces ménos, y tendré que producirá $\frac{9}{12}$, ó sean $\frac{3}{4}$; sacaré, pues, el $\frac{3}{4}$ p. 0/0 del capital 4560, que son $34,2; dividiré el interes total $342 por $34,2, y el cuociente 10 indicará que el capital $4560, al 9 0/0 anual, para producir $342, necesita 10 meses.

231. P. Dados el capital, el interes y el tiempo, ¿cómo se halla el tanto por 0/0?

R. Si se quiere averiguar el tanto p. 0/0 mensual, se verá lo que produce el capital en 1 mes; se multiplica esto por 100; y el producto se divide por el capital, siendo el cuociente el tanto p. 0/0 mensual.

Problema: El capital $3800 en 8 meses ha producido $456, ¿á cómo sale p. 0/0 mensual? Indicaré la operacion como aquí se vé:

$ 3800 en 8 meses. $ 456 = al $1\frac{1}{2}$ p. 0/0 mensual.

$$\frac{\overset{57}{\cancel{456}}}{\cancel{8}} = 57$$

57(00	38(00
19 0	1,5 p. 0/0
0 0	

Si el capital $ 3800 produce $ 456 en 8 meses, en 1 mes producirá 8 veces ménos, y tendré que produce en 1 mes $\frac{456}{8}$, que es igual á 57 : multiplico estos 57 por 100, y el producto 5700 lo divido por el capital $ 3800 ; indicando el cuociente $ 1,5 que para que el capital $ 3800 produzca en 8 meses $ 456, necesita ponerse al $1\frac{1}{2}$ p. 0/0 mensual.

Problema : El capital $ 1800 en 8 meses ha producido $ 108, ¿ á cómo sale p. 0/0 anual ? Indicaré la operacion como aquí se vé :

$ 1800 en 8 meses. $ 108 = al 9 p. 0/0 anual.

$$\frac{\overset{54}{\cancel{108}} \times \overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{2}{\cancel{8}}} = 162$$

162(00	18(00
00	9 p. 0/0 anual.

Como se busca el tanto por 0/0 anual, buscaré lo que produce el capital en un año : si en 8 meses produce $ 108, en 1 mes producirá 8 veces ménos, y tendré que en 1 mes produce $\frac{108}{8}$ y en un año producirá 12 veces mas de lo que produce en 1 mes; y tendré que en un año produce $\frac{108}{8} \times 12$, ó sean $ 162 ; multiplico este 162 por 100, y el producto 16200 lo divido por el capital 1800, indicando el cuociente 9, que para que el capital $ 1800 produzca en 8 meses $ 108, necesita ponerse al 9 por ciento anual.

232. P. En interes compuesto cuántos casos ocurren ?

R. Los mismos cuatro casos que en interés simple.

Se llama capitalizar los intereses cada 2, 3, 4, etc. meses, agregar al capital el interes de dicho tiempo, y considerarlo todo como si fuese un capital.

233. P. Dado el capital ¿como se halla lo que produce puesto al interes compuesto ?

R. Se busca lo que produce el capital en el tiempo en que se capitalizan los intereses; se agrega esto al capital; se vé luego cuánto produce este nuevo capital, y se suma esto con el mismo capital, haciendo esto hasta que el tiempo que estuvo el capital á interes indique las veces que se tenian que capitalizar los intereses; el capital primitivo se restará del último y la resta indicará lo que produce.

Problema. El capital $1500 al 1 por ciento mensual en 6 meses, capitalizando los intereses cada 2 meses ¿cuánto produce ? Indicaré la operacion como se vé:

$1500 al 1 p. % mensl. en 6 mes. cap. 2 ms.=91. 81
30. 00

1° $1530
30. 60 I × 2=2

2° $1560.60
31.2120

3° $1591.8120
— 1500

= 91.812

Como cada 2 meses se capitalizan los intereses, busco lo que produce el capital $1500 en dos meses; veo que produce $30; por lo tanto sumaré los $30 con el capital 1500, y tendré que á los primeros 2 meses de puesto á interes hay de capital $1530: veo lo que produce este nuevo capital de $ 1530 en dos meses, que son $30,60 y lo sumo con el mismo; teniendo que á los segundos 2 meses, ó sea á los 4 meses, hay de capital $1560,60: veo lo que produce este nuevo capital $1560.60 en 2 meses, y son $31,212, lo sumo con el mismo, teniendo que á los terceros 2 meses, ó sea á los seis meses, hay de capital $ 1591,812; como solo estuvo á interes 6 meses no se pudo capitalizar sino 3 veces; por consiguiente resto el capital primitivo

$1500 del último $1591,812 y la resta 91,812 indica lo que produce el capital $1500.

Hay otro método para hacer esta operacion, que es: añádase á la unidad lo que produce 1 en el tiempo dado, multiplíquese esta suma por si misma tantas veces ménos una, como indique las veces que se han de capitalizar los intereses: este producto se multiplicará por el capital principal; y de este producto róstese el capital principal, siendo la resta el interes.

Problema: El capital $2000 al 1 por ciento mensual en 9 meses, capitalizando los intereses cada tres meses ¿cuánto produce?

Indicaré la operación como aquí se vé:

$2000 al 1 p. % mensl. 9 mes. cap. 3 mes.=185,45

$$
\begin{array}{r}
1.03 \\
1.03 \\
\hline
3.09 \\
103 \\
\hline
1.0609 \\
1.03 \\
\hline
31827 \\
10609 \\
\hline
1.092727 \\
\times 2000 \\
\hline
2185,454 \\
-2000 \\
\hline
=\$185,454
\end{array}
$$

Lo que produce $1 en los 3 meses es, 03, pues lo añado á la unidad, y tendré 1,03; como en nueve meses solo se pueden capitalizar los intereses 3 veces, multiplicaré 1.03 por sí mismo 2 veces, que son tres veces ménos una; el producto 1.092727 lo multiplico por el capital $2000, y del producto 2185.454 resto el mismo capital $2000, siendo la resta 185.454 lo que produce dicho capital $2000.

234. P. Dados el interes y el tiempo ¿cómo se halla el capital, en interes compuesto?

R. Se busca el interes de 100 en el tiempo dado; se multiplica el interes total por 100, y este producto se divide por el interes de 100. Es lo mismo que el simple.

Problema. ¿Qué capital se necesita para producir $306,04 en 1 año al ½ por ciento mensual, capitalizando los intereses cada 4 meses?

Indicaré la operacion como aquí se vé:

$306,04 en 1 año, cada 4 meses al ½ p. % mensual.

$$
\begin{array}{rl}
 & \overset{2}{1\times \cancel{4}}=2 \\
\hline
1.^\circ & \overset{2}{102} \\
 & \quad 2.04 \\
\hline
2.^\circ & 104.04 \\
 & \quad 2.0808 \\
\hline
3.^\circ & 106.1208 \\
 & -100. \\
\hline
 & =6.1208 \\
\hline
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
30604 & 6.1208 \\
\cline{2-2}
0000 & \$5000
\end{array}
$$

Como se capitalizan los intereses cada 4 meses, resulta que 100 en los primeros 4 meses produjo de capital é intereses 102, es decir, que á los primeros 4 meses habia de capital é intereses 102; á esos 102 se les saca el 2 por 100; el producto 2.04 se sumará con 102, siendo la suma 104.04 lo que habia á los segundos 4 meses de capital é intereses; á estos 104.04, les saco el 2 por 100; el producto 2.0808 se sumará con 104.04, siendo la suma 106.1208 lo que habia á los terceros 4 meses, ó sea al año, de capital é intereses; resto pues, de 106.1208, el capital primitivo 100, indicando la resta 6.1208 lo que produjo 100 en un año; multiplico el interes total 306,04 por 100, y el producto 30604 lo divido por 6,1208; siendo el cuociente $5000 el capital que se necesita.

235. P. Dados el capital y el interes ¿cómo se halla el tiempo en interes compuesto?

R. Se suma el capital con el interes; esta suma se divide por el capital primitivo; este cuociente se divide por la unidad, mas su interes; el cuociente que salga se vuelve á dividir por el mismo divisor tantas veces hasta que el cuociente sea 1; y el número de estas divisiones indicará las veces que se capitalizan los intereses.

Problema. El capital $2500 al 4 por 100 anual, capitalizando los intereses cada año, ha producido $394,0625 ¿en cuánto tiempo lo produjo? Indicaré la operacion como aquí se vé:

$2500 al 5 p. % anual cap. 1 $394.0625=3 años.

394.0625
2894,0625 | 2500
3940   1,157625
14406
19062
15625
6250
12500
0000

1.157625 | 1.05
107   1,1025 | 1,05
262   0525   1,05 | 1,05
525   000   0.00   1.
000

Sumo el capital 2500 con el interes 394,0625; la suma 2894,0625 la divido por el capital primitivo, que es 2500; el cuociente 1.157625 lo divido por la unidad, mas lo que produce, que todo es 1.05: dando por cuociente 1.1025; este cuociente lo vuelvo á dividir por el mismo divisor 1.05, dando por cuociente 1.05; este cuociente lo vuelvo á dividir por el mismo divisor 1.05, dando por cuociente 1: como el cuociente 1.157625 se ha dividido 3 veces hasta dar 1, esto indica que se han capitalizado los intereses tres veces; como se capitalizaban cada año, resulta que necesitó 3 años.

236. P. Dados el capital, el interes y el tiempo ¿cómo se halla el tanto por ciento en interes compuesto?

R. Se suma el interes con el capital: esta suma se divide por el capital primitivo; de este cuociente, se estrae la raiz que indique el número de veces que se capitalizaron los intereses; de dicha raiz se restará 1, y la resta será el tanto por ciento.

Problema El capital \$2500 en tres años capitalizando los intereses cada año, ha producido \$394.0625, ¿á como sale por ciento anual? Indicaré la operacion como se vé:

```
$2500 en 3 años, cap. 1. $394.0625=5 por ciento,
  394.0625 | 2.500
 ________________
 2894.0625 | 1.157625 | 1.05 raiz cúbica.
  3940
  14406
   19062
    15625
    "6250           1.05
     12500        —1.
      0000          ____
                      5 por ciento.
```

Sumo el interes 394.0625 con el capital 2500; divido la suma 2894.0625 por el capital 2500, y del cuociente 1.157625 estraigo la raiz cúbica (lo que se aprenderá luego), porque estuvo á interes 3 años: me dá de raiz 1.05; resto de este 1.05 una unidad, y la resta 05 la considero como un entero, y tendré que estuvo al 5 por ciento anual.

ALIGACION.

237. P. Cuántas clases hay de aligacion ?

R. Dos: aligacion media y aligacion alternada.

238. P. Qué es aligacion media ?

R. La que enseña á cómo se ha de vender la mezcla de varias cosas de diferente precio.

239. P. Cómo se resuelve la aligacion media?

R. Se multiplica cada cantidad de la mezcla por su valor; se suman estos productos, y la suma se divide por la suma de las cantidades que se mezclaron.

Problema: Un comerciante tiene 8 quintales de café á $6 el quintal; 20 quintales de café á $8 el quintal; y 4 quintales de café á $12 el quintal: quiere saber, si los junta todos, á cómo podrá vender el quintal de la mezcla, sin ganar ni perder. Indicaré la operacion como aquí se vé:

8 quintales	$6 =	48	
20 "	— 8 =	160	
4 "	— 12 =	48	
32 quintales		$256	32
		00	$8 el quintal.

Multiplico los 8 quintales por $6, dando un producto de $48; multiplico los 20 quintales por $8, dando un producto de $160; multiplico los cuatro quintales por $12, dando un producto de $48: ahora sumo estos productos, y la suma $256 la divido por la suma de los quintales que se mezclaron, que es 32; indicando el cuociente 8, que cada quintal de la mezcla se ha de vender á $8.

Si se quisiese ganar $10, supongamos, se sumarian los $10 con la suma de los productos $256, y la suma 266 se dividiria por 32, indicando el cuociente que saliese, el precio á que se tendria que vender cada quintal para ganar en todos los quintales $10.

240. P. Qué es aligacion alternada ?

R. La que enseña la porcion que se ha de mezclar de varias cosas de diferentes precios, para venderlas á un precio dado. Este precio se llama *precio medio.*

241. P. Cómo se resuelve la aligacion alternada ?

R. Se escribe una llave; fuera de ella se coloca el precio medio, y dentro los precios de las cosas que se quieren mezclar, de modo que los precios mayores que el medio, estén por su órden colocados mas arriba, y los menores por su órden, mas abajo que el precio medio; se restan los precios menores del medio, y la resta se coloca al lado de los mayores: luego se resta el precio medio de los mayores, y la resta se coloca al lado de los menores; se suman estas restas y la suma indica que para hacer tantas unidades del precio que se quiere, se han de tomar tantas de cada precio como indica su resta que tiene á la derecha.

Problema. Un comerciante tiene varios quintales de café de varios precios, entre ellos tiene de á $ 10 el quintal; de á $15 el quintal; de á $11 el quintal, y de á $13 el quintal; quiere hacer 70 quintales de café de á $12 quintal, ¿cuantos quintales pondrá de cada precio? Indicaré la operacion como se vé:

$$12\left\{\begin{array}{l} 70 \\ — \\ 15—2=20 \\ 13—1=10 \\ \\ 11—1=10 \\ 10—3=30 \\ \quad\;\; — \;\; — \\ \quad\;\; 7 \;\;\; 70 \text{ quintales á } \$12 \end{array}\right.$$

Escrita la llave pondré el 12, precio medio, fuera; é iré colocando los mayores por su órden: el mayor es 15, lo pondré primero; el que sigue es 13, lo pondré debajo del 15; el que le sigue es 11; pero como es menor que el medio, lo pondré debajo del medio; el que sigue es 10, lo pondré debajo del 11: restaré el 11 del 12, y la resta 1 la pondré al lado del 13; restaré el 10 del 12, y la resta 2 la pondré al lado del 15; ahora diré 13 ménos 12 igual 1, y esta resta 1 la pondré al lado del 11; diré 15 menos 12 igual 3, y esta resta 3 la pondré al lado del 10; sumaré las restas 2, 1, 1 y 3, y la suma 7 indica que para hacer 7 quintales de á $12 el quintal, hay que mezclar 2 quintales de á 15 el quintal; 1 quintal de á 13; 1 quintal de á 11, y 3 quintales de á 10; mas como no quiere dicho comerciante hacer 7 quintales, sino 70 quintales, dividiré los 70 por 7, y el cuociente 10 lo multiplicaré por cada una de las restas 2, 1, 1 y 3; dando por productos 20, 10, 10 y 30, los cuales indican los quintales que se han de mezclar de cada precio para hacer 70 quintales de á $ 12 el quintal.

242. P. ¿Cómo se prueba esta operacion?

R. Se multiplican las cantidades que se han de mezclar por sus precios, y la suma de estos productos debe ser igual á la suma de las cantidades que se mezclaron, multiplicada por el precio medio.

En la operacion anterior multiplico los 20 quintales por su precio $15, dando un producto de $300; multiplico los 10 quintales por $13, dando un producto de $130; multiplico los otros 10 quintales por $11, dando un producto de $110: multiplico los 30 quintales por 10, dando un producto de $300: la suma de estos productos es $840; ahora multiplico los 70 quintales por el precio medio $12, dando un prodcuto de $840; veo que el producto $840, es igual á la suma $840; luego la operacion está bien hecha.

Problema: Un comerciante tiene quintales de arroz de varios precios; entre ellos tiene de á $12 el quintal; de á 8 el ql.; de á 6 el ql., y de á 5 el ql.; quiere hacer 81 qls. de á $10 el ql., desea saber cuántos qls. ha de poner de cada precio. Indicaré la operacion como aquí se vé:

$$10\left\{\begin{array}{l} \underline{35} \\ 12—2+4+5 = 11 = 55 \\ 8—2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 10 \\ 6—2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 10 \\ 5—2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \underline{10} \end{array}\right.$$

$$\begin{array}{r|l} 85 & 17 \\ 00 & \overline{5} \end{array} \qquad 85 \text{ qls.}$$

Colocaré los precios mayores que el medio mas arriba: el único mayor es 12; colocaré los demas menores por su órden; restaré: de 8 á 10 van 2, y lo pondré al lado del 12; de 6 á 10 van 4, y los pondré al lado del 2, que está al lado del 12; de 5 á 10 van 5, y lo pondré al lado del 4: sumo las restas 2, 4 y 5, indicando la suma 11 los que se tomarán del precio 12. Como solo hay un precio mayor que el medio, averiguaré la diferencia entre este precio mayor 12, y el medio 10; y la resta 2 la pondré al lado de cada precio 8, 6, 5; sumo las restas 11+2+2+2, indicando la suma 17, que para hacer 17 qls. de á $10 hay que mezclar 11 qls. de á $12 el ql.; 2 qls. de á $8; 2 qls. de á $6, y 2 qls. de á $5; mas como no se quieren hacer 17 qls., sino 85 qls., dividiré el 85 por 17, y el cuociente 5 lo multiplicaré por cada una de las restas 11, 2, 2, 2; dando por productos 55, 10, 10, 10, los cuales indican los qls. que se han de mezclar de cada precio para hacer 85 qls. de á $12 el quintal.

Si hubiese un solo precio menor que el medio, sucederia lo mismo que en este problema, pues la diferencia del menor al medio se colocaria al lado de todos los precios mayores, y las diferencias del medio á los precios mayores se sumarian y se colocarian al lado del menor.

COMPRA Y VENTA.

243. P. Qué son reglas de tanto por ciento?

R. Son unas reglas de tres en que uno de sus términos es siempre el número 100, ó una modificacion suya.

244. P. Cuántas operaciones abrazan las reglas de tanto por ciento?

R. Compra y venta; descuentos de pagarés y letras.

245. P. Dados el costo de una mercancía y su venta, ¿cómo se halla lo que se ganó ó perdió?

R. Se resta la cantidad menor de la mayor; si la venta es mayor que el costo ó compra, la resta indicará la ganancia; si es menor, indicará la pérdida.

Problema: Compré una casa en $4000 y la vendí en $4520; ¿cuanto gané, ó perdí? Resto la cantidad menor $4000 de la mayor 4520, dando una resta de $520. Como la venta $4,520 es mayor que la compra $4000, la resta $520 indica la ganancia. Supongamos que la vendí por $3460, resto la cantidad menor $3460 de la mayor $4000, dando una resta de $540. Como ahora la venta $3460 es menor que la compra, la resta $540 indica la pérdida.

246. P. Dados el costo de una mercancía y su venta, ¿cómo se averigua el tanto p. 0/0 de ganancia ó pérdida?

R. Averiguada la ganancia ó pérdida, se multiplica por 100, y el producto se parte por el capital.

Problema: Compré un cargamento de azúcar en $8500, y luego lo vendí en $9180, ¿cuánto gané p. 0/0? Indicaré la operacion como aquí se ve:

C. $8500, V. $9180 = gané 8 p. %
— 8500
= $680

680(00 | 85(00
00 | 8 p. %

Resto 8500 de 9180 y la resta 680 indica lo que gané; multiplico la ganancia 680 por 100; y el producto 68000 lo divido por el capital 8500, y el cuociente 8 indica que gané 8 p. 0/0.

Problema: Compré varios sacos de café en $2600, y los vendí en $2470, ¿cuánto gané ó perdí p. 0/0? Indicaré la operacion como se ve:

C. $2600, V. $2470 = perdí 5 p. %
— 2470

= 130(00 | 26(00
00 | 5 p. %

Resto 2470 de 2600, y la resta 130 indica lo que perdí; multiplico la resta 130 por 100; y el producto 13000 lo divido por el capital $2600, y el cuociente 5 indica lo que perdí p. 0/0.

247. P. Dados el costo de una mercancía, y el tanto p. 0/0, ¿ cómo se halla la ganancia ó pérdida ?

R. Se multiplica el costo por el tanto p. 0/0, y se divide por 100, siendo el cuociente la ganancia ó pérdida.

Problema: Compré una mercancía cualquiera por $1500, y la vendí ganando el 3 p, 0/0, ¿ cuánto gané en la venta ? Multiplico 1500 por 3, y el producto 4500 lo divido por 100, siendo el cuociente $45 lo que gané en la venta. Si se preguntara por cuanto la vendí, sumaria la ganancia $45 con el costo $1500, siendo la suma $1545 por lo que la vendí.

248. P. Dados la venta y el tanto p. 0/0 de ganancia ó pérdida, ¿ cómo se halla el costo ó compra ?

R. Si se ganó en la venta, se multiplica la venta por 100; y este producto se divide por 100, mas el tanto p. %, siendo el cuociente el costo.

Problema: Vendí una mercancía cualquiera en $5300, y la vendí ganando el 6 p. %, ¿ cuánto me costó dicha mercancía ? Indicaré la operacion como aquí se vé:

V. $5300. 6 p. % = costó $5000.

530.000	106
00 000	$5000

Como dice que gané, multiplico la venta $5300 por 100, y el producto 530000 lo divido por 100, mas 6, que son 106; indicando el cuociente 5000 lo que me costó la mercancía.

Si se perdió en la venta, se multiplica la venta por 100, y el producto se divide por 100, ménos el tanto p. %.

Problema: Envié á un punto cualquiera un cargamento de maíz, el cual, por haber bajado el precio en dicho punto, lo vendí por $2604, perdiendo el 7 p. %, ¿ cuánto me costó el cargamento ? Indicaré la operacion como se ve:

V. $2604, P. 7 p. % = $2800.

260400	93
744	
0000	$2800

Como se perdió en la venta, multiplico la venta 2604 por 100, y el producto 260400 lo divido por 100, ménos el tanto por 0/0, que es 7, indicando el cuociente $2800 lo que me costó el cargamento.

249. P. Conocida la ganancia ó pérdida y el tanto p. 0/0, ¿cómo se halla el costo ó compra?

R. Se multiplica la ganancia ó pérdida por 100, y el producto se divide por el tanto p. 0/0, siendo el cuociente el costo ó compra.

Problema: No recuerdo por cuanto compré ni vendí un cargamento de pacas de algodon; solo sé que gané en la venta el 5 p. 0/0, resultando de ganancia total $340, ¿cuánto me costó el cargamento? Indicaré la operacion como aquí se vé:

$340. 5 p. 0/0=costo $6800.

34000	5
40	
0000	6800

Multiplico la ganancia total 340 por 100; y el producto 34000 lo divido por el tanto p, 0/0, 5, siendo el cuociente $6800 lo que me costó el cargamento de algodon.

Si se pregunta la venta se puede hacer de dos modos: multiplicando la ganancia total por 100, mas el tanto p. 0/0, y dividiendo este producto por el tanto p. 0/0, ó bien buscando el costo, y sumando la ganancia con él; esta suma seria por lo que se vendió.

Problema: No sé por cuanto compré ni vendí unos sacos de cacao; solo sé que en la venta gané el 4 p. o/o, dando una ganancia total de $48, ¿por cuánto vendí los sacos? Indicaré la operacion como se vé:

$48. 4 p. o/o=venta $1248.

```
   104
   ---
   192
  48
  ----
  4992 | 4
  09   |------
   19  | $1248
    32
     0
```

Multiplico la ganancia total, 48, por 100, mas 4, que son 104; y el producto 4992 lo divido por 4; siendo el cuociente $1248 por lo que vendí los sacos de cacao.

El tanto p. 0/0 de ganancia ó pérdida puede ser del costo ó de la venta.

250. P. Qué medio general hay para resolver toda regla de tanto p. 0/0 ?

El siguiente: plantéese una regla de tres que tenga estas cualidades: el primer término, de la especie de la cantidad conocida: el segundo, dicha cantidad: y el tercero, de la especie de lo que se va á buscar.

Problema: Compré una mercancia cualquiera en $1500, y la vendí ganando el 3 p. 0/0 de la venta; esto es, por cada 100 pesos de la venta gané 3 pesos; quiero saber por cuánto la vendí? Indicaré la operacion como aquí se vé:

C. $1500. 3 p. 00 de V.=$1546,39.

97 : 1500 :: 100

```
150.0.00 | 97
 53 0    |---------
  4 5 0  | 1546,39
    6 20
     380
      890
       17
```

Gané el 3 p. o/o de la venta; por lo tanto, 100 de la cuenta para ganar 3, lo tendria que comprar por 97; lo que se busca es la venta, y como el 100 se refiere á la venta, lo pondré por tercer término; pondré por segundo la cantidad conocida 1500, y por primero el 97 de compra, que es de la especie de la cantidad conocida 1500.

PAGARÉS.

251. P. Qué es un pagaré ?

R. Un documento que se da á un individuo indicándole la cantidad que se le debe, y el tiempo en que debe cobrarla.

Los pagarés se descuentan.

252. P. Cuántas clases de descuentos hay ?

R. Dos: descuento *absoluto* y descuento *relativo*.

253. P. En qué consiste el descuento absoluto ?

R. En la rebaja que se hace sobre el montante del pagaré.

Problema: Tengo un pagaré de $2500 que vence dentro de un mes, y lo quiero descontar al 1 p. o/o mensual (d. a.), ¿ cuánto dinero me entregará el que lo descuente ? Indicaré la operacion como aquí se ve:

$2500 al 1 p o/o mensual (d. a.)=$2475.
25.00

\$2475

Sacaré del montante 2500 el 1 p. o/o, y lo restaré del mismo 2500, indicando la resta $2475 el dinero que me entregaria hoy el que lo descontára.

254. P. Cómo se descuenta un pagaré por descuento *absoluto* ?

R. Se averigua lo que produce 100 en el tiempo que falta para su vencimiento; se multiplica esto por el montante del pagaré; esto producto se divide por 100; y el cuociente se resta del montante del pagaré, siendo la resta lo que entregará el que lo descuente.

Problema: Tengo un pagaré de $5600 que vence dentro de 8 meses, y necesitando dinero hoy, convengo con P. L el descontarlo al $\frac{3}{4}$ por 100 mensual (d. a.) Indicaré la operacion como aquí se vé:

$5600 al $\frac{3}{4}$ p. o/o mensual en 8 meses = $5264
336.00

5264

$$\frac{3 \times \overset{2}{\cancel{8}}}{\cancel{4}} = 6$$

Buscaré lo que produce 100 en los 8 meses como en interes simple, y veo que produce 6; saco el 6 p. o/o del montante 5600, que son 336, y lo resto del mismo 5600, indicando la resta $5264 el dinero que me entregará hoy dicho señor.

255. P. Cuál es el descuento *relativo?*

R. La rebaja que se hace sobre el dinero que ha de recibirse.

El descuento relativo tiene por objeto buscar una cantidad de dinero, que si se pone al mismo tanto p. o/o que se descontó, dé el dia del vencimiento del pagaré, de capital é interés, el montante del pagaré. Ejemplo: tengo un pagaré de $4500 que vence dentro de 3 meses, y quiero descontarlo al $\frac{1}{2}$ p. o/o mensual, por descuento relativo: esto quiere decir que me han de entregar una cantidad de dinero que, puesta al $\frac{1}{2}$ p. o/o mensual en 3 meses, me dé de capital é interés los $4500.

256. P. Cómo se descuenta un pagaré por descuento *relativo?*

R. Se multiplica el montante del pagaré por 100, y este producto se divide por 100, mas lo que produce en el tiempo que falta para el vencimiento del pagaré.

Problema: tengo un pagaré de $3800 que vence dentro de 4 meses, y lo quiero descontar al $\frac{1}{2}$ p. o/o mensual (d. r.) ¿cuánto dinero me entregarán? Indicaré la operacion como aquí se vé:

$3800 al $\frac{1}{2}$ p. o/o 4 meses = $3725,49.

$$\frac{1}{\cancel{2}} \times \overset{2}{\cancel{4}} = 2$$

```
380.0.0.0. | 102
 740       |---------
  260      | 3725, 49
   560     |
    920
      2
```

Busco lo que produce 100 en 4 meses al 1 por 100 mensual, hallo que produce 2; multiplico el montante $3800 por 100, y el producto $ 380000 lo divido por 100 mas 2, que son 102; indicando el cuociente 3725,49 lo que me entregará el que me lo descuente. Si se pone el capital $3725,49 á interes al $\frac{1}{2}$ por 100 mensual, en 4 meses dará de capital é interés los $3800 del pagaré.

LETRAS.

257. P. Qué son letras de cambio ?

R. Ciertos documentos que se han de pagar en otra plaza comercial.

258. P. Cómo se dividen las letras ?

R. En letras de á tantos dias vista, y en letras de á tantos dias fecha.

Las letras pueden estar á *premio* ó á *descuento*; esto es, el cambio sobre Nueva York está al 3 p. 100 de *premio*, quiere decir, que por cada 100 que demuestre la letra, se han de pagar aquí \$103; si estuviese al 3 0/0 de *descuento*, seria, por cada \$100 de la letra, se pagarian \$97 en dinero. El 100 se refiere siempre á la letra.

256. P. Qué quiere decir una letra á *tantos dias vista ?*

R. Que aquel contra quien va girada la letra, la debe pagar al terminar los dias que ella demuestra, empezando á contar desde la presentacion.

260. R. Qué quiere decir una letra á *tantos dias fecha ?*

R. Que aquel contra quien va girada la letra, la debe pagar al terminar los dias que demuestre la letra, empezando á contar desde el dia en que fué girada.

Problema. Tengo \$1200, y quiero una letra contra Charleston; sé que el cambio está al 4 p. 100 de *premio*. ¿de cuánto me han de dar la letra ? Indicaré la operacion como aquí se vé :

\$1200 al 4 por 100 premio = \$1153, 84.

104 : 1200 :: 100

```
120.0.0.0. | 104
 160       |---------
  560      | 1153, 84
   400     |
    880
     480
      64
```

Como lo que se busca es la letra, y como el 100 se refiere á la letra, lo pondré por tercer término; 100 de letra son 104 de dinero; porque está al 4 por 100 de premio; y como la cantidad conocida es dinero, el primer término será 104 de dinero, y tendré: si 104 de dinero son 100 de letra, 1200 de dinero, cuánto serán de letra? Planteando esta regla de tres, hallo que serán 1153,84 de letra; es decir, que la letra que me darán será de $1153,84. Si estuviese el cambio al 4 por 100 de descuento, la regla de tres sería: si 96 de dinero son 100 de letra, 1200 de dinero, cuántos serán de letra? La que se plantearia 96 : 1200 :: 100 : x.

Problema. Me han enviado de Nueva York una letra de $5400 á 80 dias vista contra una casa cualquiera; el dia que me llegó la presenté al comerciante contra quien venia girada, el cual me dijo que la fuese á cobrar el dia debido; pero el dia que la presenté necesitaba dinero y convine con dicho comerciante el descontarla, perdiendo el $\frac{3}{4}$ por 100 por descuento relativo ¿cuánto dinero me entregó? Indicaré la operacion como aquí se vé:

$5400 al $\frac{3}{4}$ por 100 mensual, 80 dias = 5294,11

$$\frac{\cancel{3}\times\cancel{80}^{2}}{\cancel{4}\times\cancel{30}} = 2$$

540.0.0.0.	102
300	5294,11
960	
420	
120	
180	
78	

Se ejecuta esto como descontar por descuento relativo un pagaré de $5400 que vence dentro de 80 dias; indicando el cuociente $5294,11 lo que me entregó el comerciante el dia que le presenté la letra, no debiéndolo hacer sino 80 dias despues de la presentacion; pues era á 80 dias vista. Si fuese la letra á tantos dias fecha, rebajaría los dias que pasaron desde que fué girada, hasta el dia en que la presenté; y haría el descuento con los dias que faltasen para cobrarla.

Problema. Me enviaron de la Habana una letra de $2400 á 60 dias fecha; fué girada el 3 de moviembre, y me llegó el dia 10 del mismo mes; la presenté al comerciante el mismo dia; el cual, como no debia pagarla el mismo dia, me dijo si queria descontarla ó esperar que venciese; convine en descontarla al ½ por 1000 mensual, por descuento absoluto ¿cuánto dinero me entregó? Indicaré la operacion como aquí se vé:

$2400 al ½ por 100 mensual, 53 dias = $2378,80.

53

———

72

120

———

127.2

———

—21.20

2400

———

= 2378,80

$$\frac{1\times 53}{2\times 30}=\frac{53}{60}$$

Como fue á 60 dias fecha, y como la presenté al comerciante despues de haber pasado 7 dias desde que fué girada; la descontaré como un pagaré que venco dentro de 53 dias, y hallo que me entregó $2378,80.

ELEVACION A POTENCIAS

Y ESTRACCION DE RAICES.

261. P. Qué se entiende por potencia de un número?

R. El producto que resulta de multiplicarlo por sí mismo cierto número de veces. Cuando se multiplica una vez resulta la segunda potencia ó *cuadrado*: si se multiplica dos veces resulta la tercera potencia, ó *cubo*: si tres veces, la cuarta potencia: si cuatro veces, la quinta potencia etc., etc.

262. P. Qué se entiende por raiz de la potencia?

R. Raiz de la potencia es el número que se multiplica por sí mismo cierto número de veces. La raiz de la segunda potencia, ó cuadrado, se llama *raiz cuadrada*: la raiz de la tercera potencia, ó cubo, se llama *raiz cúbica*: la raiz de la cuarta potencia, se llama raiz cuarta; y asi, raiz quinta, etc., etc.

263. P. Qué se entiende por esponente?

R. El número que indica el grado de la potencia á que se ha de elevar el número.

264. P. Dónde se coloca el esponente?

R. Un poco mas arriba, á la derecha del número.

Ejemplo: si quiero elevar el número 67 al cuadrado, lo indicaré poniéndole un 2 por esponente, así: $(67)^2$; si se quiere elevar á la tercera potencia ó cubo, se pone un 3, así: $(67)^3$; si á la cuarta potencia, un 4, etc., etc.

265. P. Qué indica el esponente?

R. El número de veces que la cantidad entra como factor.

La siguiente tabla representa los cuadrados y los cubos de los números díjitos.

Números	Cuadrados	Cubos
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

Cubos	Raiz Cúbica
1	1
8	2
27	3
64	4
125	5
216	6
343	7
512	8
729	9
1000	10

Cuadrado	Raiz Cuad.
1	1
4	2
9	3
16	4
25	5
36	6
49	7
64	8
81	9
100	10

266. P. Qué se entiende por *raiz cuadrada*?

R. Aquél número que multiplicado por si mismo una vez, dá un producto igual al número propuesto.

267. P. Cómo se indica que se quiere extraer la raiz cuadrada?

R. Se pone el número debajo de este signo $\sqrt{\ }$, que se llama *signo radical*, como $\sqrt{25}$; quiere decir que se ha de estraer la raiz cuadrada de 25; y como la raiz cuadrada de 25 es 5, todo se espresará así: $\sqrt{25} = 5$, que se lee: *raiz cuadrada de veinticinco igual cinco.*

268. P. Y cuando se quiera estraer otra raiz cualquiera ¿cómo se indicará?

R. Poniendo dentro del ángulo que forma el signo, el número que indica la raiz que se quiere estraer; pero en la raiz cuadrada se acostumbra suprimir el 2, como:

$$\sqrt[3]{27} = 3;$$

el 3 que está arriba indica que se quiere extraer la raiz cúbica de 27, que es 3.

269. P. Cómo se estrae la raiz cuadrada de un número?

R. Se divide el número propuesto en periodos de á dos guarismos, empezando por la derecha; y no le hace que el último periodo contenga un solo guarismo; á su derecha se colocan las rayas de dividir: véase cual es la raiz cuadrada del periodo de la izquierda, y póngase esta raiz en la raya; cuádrese dicha raiz, y el cuadrado réstese del primer periodo: al lado de esta resta bájese el periodo siguiente: sepárese con una coma el guarismo de la derecha; la que queda á la izquierda de la coma se divide por el duplo de la raiz hallada; póngase el cuociente á la derecha de la raiz hallada, y tambien á la derecha del duplo ó divisor; se multiplica todo este nuevo divisor por el cuociente, y el producto se coloca debajo del dividendo, y se resta; al lado de esta resta se baja el periodo siguiente, y se hace lo mismo hasta haber bajado el último periodo: lo que esté dentro de la raya será la raiz cuadrada que se busca.

Ejemplo: quiero sacar la raiz cuadrada del número 55225: indicaré la operacion como se vé:

$\sqrt{5.52.25}$	235 raiz cuadrada.
4	
	43
15,2	465
12,9	
2 32,5	
2 32,5	
0 00 0 residuo.	

Divido el número 55225 en períodos de á dos guarismos empezando por la derecha; el último período consta de un solo guarismo que es 5; esto no importa: hallo la raiz cuadrada de 5, que es 2, y la pongo en la rayas; cuadro este 2, y su cuadrado 4 lo resto del primer período 5; al lado de la resta 1, bajo el siguiente período 52, y se separa con una coma el 2, último guarismo de la derecha; duplico la raiz 2, que es 4; y divido lo que queda á la izquierda de la coma, que es 15, por este 4; el cuociente 3 lo pongo al lado de la raiz 2 y al lado del divisor 4, y tendré 43; multiplico el nuevo divisor 43 por el cuociente 3 y el producto 129 lo resto del dividendo 152: al lado de la resta 23 bajo el período 25; separo con una coma el último guarismo 5; duplico la raiz 23, que es 46; y divido lo que queda á la izquierda de la coma, que es 232, por este nuevo divisor 46; y el cuociente 5 lo pongo al lado de la raiz 23 y al lado del divisor 46, y tendré 465; multiplico este nuevo divisor 465 por el cuociente 5, y el producto 2325 lo resto del dividendo 2325: como el residuo es cero, el número 55225 tiene raiz cuadrada exacta, que en 235.

270. P. Tienen cuadrado exacto todos los números?

R. Sí, señor; porque todo número puede multiplicarse por sí mismo y dar un producto exacto.

271. P. Tienen raiz cuadrada exacta todos los números?

R. No, señor; porque no todos los números resultan de multiplicar otro por sí mismo: como 21, no tiene raiz cuadrada exacta, porque no hay un número que multiplicado por sí mismo dé 21.

272. P. Qué se hará cuando un número no tenga raiz cuadrada exacta?

R. Lo mas que se puede hacer es aproximarla, añadiendo dos ceros al resíduo, y considerarlos como otro período; teniendo cuidado de separar la raiz anterior con una coma; pues la otra raiz que salga serán decimales.

273. P. Y saldrá por fin exacta en decimales?

R. No, señor; el número que no tiene raiz exacta en enteros, no la tiene ni en quebrados ni en decimales.

274. P. Cómo se elevan los quebrados al cuadrado?

R. Elevando cada uno de sus términos al cuadrado. Ejemplo: elevar al cuadrado el quebrado $\frac{3}{4}$; elevo el numerador 3 al cuadrado, que es 9; y elevo el denominador 4 al cuadrado, que es 16, teniendo que el cuadrado de $\frac{3}{4}$ es $\frac{9}{16}$; el de $\frac{4}{5}$ es $\frac{16}{25}$. Lo mismo se hará con las otras potencias: como, el cubo de $\frac{3}{4}$ es $\frac{27}{64}$, elevando el numerador y denominador al cubo.

275. P. Cómo se estrae la raiz cuadrada de los quebrados?

R. Estrayéndola de cada uno de sus términos; como, la raiz cuadrada de $\frac{25}{64}$ es $\frac{5}{8}$. Lo mismo con las otras potencias: como, la raiz cúbica de $\frac{64}{125}$ es $\frac{4}{5}$

276. P. Cómo se extrae la raiz cuadrada de las decimales?

R. Se hace de modo que el numero de cifras decimales sea par, añadiendo ceros á su derecha; y se hace lo mismo que para extraer la raiz cuadrada de los enteros. Ejemplo: quiero extraer la raiz cuadrada de 0,18668; indicaré la operacion como se vé:

```
√0,18.66.80 | 0,432064
 16         |---------
 ----       |  83
 26.6          862
 24 9          864
 -----          86406
  178.0         8641.24
  172 4
  ----------
    5 60.00,0
    5 18 43 6
    ---------
      41 56 40.0
      34 56 49 6
      ----------
       6 99 90 4
```

Añadiré un cero á la cantidad para que sea par el número de cifras, y lo dividiré en períodos de á dos guarismos empezando por la derecha: ejecuto la operacion como números enteros: despues de bajado el último período 80, queda un residuo, que es 56, le añado, pues, dos ceros para aproximar mas la raiz; mas como no cabe el divisor 864 en el dividendo 560, pondré un cero en la raiz, y añadiré otros dos ceros al mismo resíduo; no queriendo aproximar mas la raiz, tengo que la raiz cuadrada de 0,18668 es 0,432064 próximamente.

277. P. De qué otro modo puede apróximarse?

R. Se añaden al último resíduo tantos ceros como guarismos se quieren sacar; y todo esto se divide por el duplo de la raiz hallada; colocando el cuociente á la derecha de la raiz hallada, como: si quiero sacar tres cifras decimales al resíduo 699904 añado tres ceros y tendré 699904000, lo divido por el duplo de la raiz hallada 0,432064, que es 0,864128; y tendré la operacion de este modo:

6999040.0.0	864128
86016.0 0	809
8244 4 8	

El cuociente 809 lo pongo á la derecha de la raiz hallada 0,432064, y tendré que la raiz 0,8668 es 0,432044809 bastante aproximada.

278. P. Por qué es menester que el número de cifras decimales sea par?

R. Porque dos decimales en el cuadrado son una en la raiz; esto es, por cada decimal que salga en la raiz debe haber dos en el cuadrado. La razon de que dos decimales en el cuadrado sean una en la raiz, es; porque al cuadrar la decimal de la raiz, esto es, al multiplicarla por sí misma, en el producto se ha de separar doble número de cifras decimales por las reglas de multiplicar decimales.

279. P. Qué se entiende por cubo de un número?

R. El producto que resulta de multiplicarlo por sí mismo dos veces.

280. P. Cómo se indica que un número se ha de elevar al cubo ?

R. Poniéndole un 3 por esponente; como, si quiero elevar el número 468 al cubo, lo indicaré de este modo $(468)^3$

280. P. Qué se entiende por raiz cúbica de un número ?

R. Aquel número que multiplicado dos veces por sí mismo, da un producto igual al número propuesto: como, la raiz cúbica de 27 es 3, porque 3 multiplicado por 3, da 9, y 9 multiplicado por 3 da 27.

281. P. Cómo se estrae la raiz cúbica de un número ?

R. Se divide el número propuesto en períodos de á tres guarismos, empezando por la derecha, y no le hace que el último período contenga solo uno ó dos guarismos; á su derecha se colocan las rayas de dividir; véase cual es la raiz cúbica del período de la izquierda, y póngase en las rayas; cubíquese la raiz y su cubo réstese del primer período de la izquierda; al lado de la resta bájese el período siguiente, y sepárense con una coma los dos guarismos de la derecha; lo que queda á la izquierda se divide por tres veces el cuadrado de la raiz hallada; el cuociente se multiplica por tres veces el cuadrado de la raiz hallada; y este producto se coloca debajo de los guarismos á la izquierda de la coma; despues se multiplica el cuadrado del cuociente por tres veces la raiz; y el producto se coloca debajo del producto anterior, corriendo un lugar hácia la derecha; se cubica el cuociente, y su cubo se coloca debajo del último producto, corriendo un lugar hácia la derecha; se suman estas tres cantidades, y su suma se resta de la cantidad de arriba, que es la resta y el período bajado: al lado de esta resta se baja el período siguiente, y se hace lo mismo hasta haber bajado el último período; y lo que esté dentro de las rayas será la raiz cúbica.

Ejemplo: quiero estraer la raiz cúbica del número 10360232, indicaré la operacion de este modo:

10.360.232	218 raiz cúbica.	
8	12	
23,60	1322	21
12		21
6		21
1		42
1261		441
10992,32		
10584		64
4032		63
512		192
1099232		384
0000000		4032

Divido el número en periodos de á tres guarismos empezando por la derecha; el último periodo solo tiene dos guarismos; mas no importa: buscaré la raiz cúbica de diez que es 2 y la pondré en las rayas; cubicaré el 2, y el cubo 8 lo restaré del primer periodo 10; al lado de la resta 2, bajaré el periodo siguiente 360, separando con una coma los dos últimos guarismos; cuadro la raiz 2, y el cuadrado 4 lo multiplico por 3, dando por producto 12; divido lo que queda á la izquierda de la coma, que es 23, por este 12, y el cuociente 1 lo pondré al lado de la raiz 2; multiplico el cuociente 1, por tres veces el cuadrado de la raiz anterior, y el producto 12 lo pongo debajo de los guarismos á la izquierda de la coma; multiplico el cuadrado del cuociente 1, que es 1, por tres veces la raiz, y el producto 6, lo coloco debajo del producto 12; pero corriendo un lugar hacia la derecha; y por último cubico el cuociente 1, cuyo cubo es 1, y lo pongo debajo del producto 6, corriendo un lugar hacia la derecha; sumo las tres cantidades, y la suma 1261 la resto de la cantidad 2360; al lado de la resta 1099 bajo el periodo siguiente 232; separo dos guarismos y hago lo mismo que ántes; indicando el resíduo 0 que la raiz cúbica exacta de 10360232 es 218.

282. P. Cómo se aproxima la raiz cúbica ?

R. Se añaden al resíduo tres ceros, y se consideran como un nuevo período.

283. P. Cómo se elevan los quebrados al cubo ?

R. Elevando cada uno de sus términos al cubo, como: el cubo de $\frac{3}{5}$ es $\frac{27}{125}$; el de $\frac{4}{7}$ es $\frac{64}{343}$.

284. P. Cómo se estrae la raiz cúbica de un quebrado ?

R. Estrayéndola de cada uno de sus términos, como: la raiz cúbica de $\frac{64}{125}$ es $\frac{4}{5}$, la de $\frac{216}{512}$ es $\frac{6}{8}$ ó sea $\frac{3}{4}$. Si el numerador no tuviese raiz cúbica exacta, se le estracría la raiz cúbica aproximada hasta las unidades, y se estraeria la del denominador. Ejemplo: la raiz cúbica del quebrado $\frac{330}{729}$ es $\frac{6}{9}$, porque el numerador está comprendido entre el cubo de 6 (216), y el de 7 (343) ; la raiz del numerador es 6, con un error que no llega á una unidad; y sacada la raiz del denominador, tendré que es $\frac{6}{9}$ ó sean $\frac{2}{3}$.

Si no tuviesen raiz cúbica exacta ni el numerador ni el denominador, se multiplicaria el numerador por el cuadrado del denominador, y de este producto se extraeria la raiz cúbica aproximándola hasta la unidad, y á esta raiz se pondria por denominador el deminador del quebrado.

Ejemplo: la riaz cúbica del quebrado $\frac{5}{7}$ no la tiene exacta ni el numerador ni el denominador; multiplicaré el numerador 5 por el cuadrado de 7, que es 49, y del producto 245 estraeré la raiz cúbica, que es 6; y á este 6, pondré por denominador, el 7, y tendré que la raiz cúbica de $\frac{5}{7}$, es $\frac{6}{7}$, con un error menor que $\frac{1}{7}$.

285. P. Cómo se estrae la raiz cúbica de las decimales ?

R. Se añaden ceros hasta que el número de decimales se pueda dividir por 3; se dividen en periodos de á tres guarismos empezando por la drecha, y se hace lo mismo que para estraer la raiz cúbica de los enteros.

286. P. Por qué es que el número de decimales debe poderse dividir por 3 ?

R. Porque tres deimales en el cubo es una en la raiz; esto es, por cada decimal que salga en la raiz debe haber tres, en el cubo: la razon es, que porque al cubicar una decimal, la primera vez que se multiplica por sí misma en el producto, se separan dos decimales; y al multiplicar estas dos decimales por la misma decimal, en el producto se separan tres: como, cubicar la decimal 0,4; multiplico 0,4 por 0,4: el producto es 0,16; multiplico este 0,16 por 0,4, el producto es 0,064, que son tres decimales; por lo tanto la raiz cúbica de 0,064, que son 3 decimales, es 0,4, que es una decimal: por eso es que el número de cifras decimales se tiene que poder dividir por 3.

RAZONES, PROPORCIONES Y PROGRESIONES.

287. P. Qué se entiende por *razon?*

R. La comparacion de dos números de una misma especie.

288. P. Cómo se llaman los números de la razon?

R. Antecedente y consecuente.

289. P. Cuál es el antecedente?

R. El número que se compara; y el consecuente es el número con el cual se compara el antecedente.

290. P. Cómo se llama lo que resulta?

R. Esponente de la razon, ó razon. El antecedente y el consecuente se llaman términos de la razon.

291. P. Cuántas clases hay de razones?

R. Dos: *razon aritmética,* que es la comparacion de dos números para averiguar su diferencia; y *razon geométrica,* que es la comparacion de dos números para averiguar las veces que uno está contenido en otro.

292. P. Las razones, tanto aritméticas como geométricas, qué nombre toman?

R. Razon de *igualdad,* si el antecedente es igual al consecuente: razon de *mayor desigualdad,* si el antecedente es mayor que el consecuente; y razon de *menor desigualdad,* si el antecedente es menor que el consecuente.

293. Cómo se señala la *razon aritmética?*

R. La razon aritmética se señala poniendo un punto entre el antecedente y el consecuente; y la *razon geométrica,* poniendo dos puntos entre el antecedente y el consecuente: como 4 . 6, se lee: 4 *es aritméticamente á* 6; y esta 3 : 9, se lee: 3 *es geométricamente á* 9: á pesar de que en las geométricas suele suprimirse la palabra *geométricamente*, diciendo: 3 *es á* 9.

294. P. Cómo se halla el *esponente aritmético?*

R. Se resta el número menor del mayor; si el antecedente es menor que el consecuente, el esponente será *positivo*; y si el antecedente es mayor que el consecuente, el esponente será *negativo*. Al esponente negativo se le pone el signo ménos (—) delante; como: el esponente de 3 . 5 es 2, y es *positivo*, porque el antecedente 3 es menor que el consecuente 5: el esponente de 6 . 4 es — 2, y es *negativo*, porque el antecedente 6 es mayor que el consecuente 4; la cual se lee: 6 *aritméticamente á* 4, *igual menos* 2.

295. P. Cómo se halla el *esponente geométrico?*

R. Se divide el consecuente por el antecedente: como, el esponente ó razon de 3 : 6 es 2, dividiendo el 6 por el 3: el de 8 : 2 es $\frac{1}{4}$ dividiendo el 2 por el 8.

296. P. Qué es *proporcion?*

R. La igualdad de dos razones; por lo tanto *proporcion aritmética* es la igualdad de dos razones aritméticas; y *proporcion geométrica* es la igualdad de dos razones geométricas.

297. P. Cómo se forma una *proporcion aritmética?*

R. Se escriben dos números separados por un punto para que formen la primera razon; á continuacion se ponen dos puntos, y por segunda razon se pone lo que resulte de añadir ó quitar un mismo número á ámbos términos de la primera razon.

Ejemplo: quiero formar una proporcion aritmética; escribiré dos números; sean pues, 3 y 5, separados por un punto; y tendré por primera razon 3 . 5; pondré despues del 5 dos puntos (:); añado 4 unidades á cada término de la primera, y tendré la proporcion 3 . 5 : 7 . 9; esta es una proporcion, porque el esponente de la razon 3 . 5 es 2, y el de 7 . 9 es 2; como los esponentes son iguales, las razones lo son tambien.

298. P. En qué consiste la igualdad de las razones?

R. En la igualdad de los esponentes. Se llaman *medios* los dos números del centro, y *extremos* los dos de los lados.

299. P. Las proporciones tanto aritméticas como geométricas, qué nombre toman?

R. *Discreta*, cuando los medios son diferentes; y *continua* cuando los medios son iguales.

Ejemplo: 4 . 6 : 7 . 9 es una *proporcion aritmética discreta*, porque los medios 6 y 7 son diferentes: 3 . 5 : 5 . 7, es *continua*, porque los medios 5 y 5 son iguales.

300. P. Cómo se escribe la *proporcion aritmética continua?*

R. Se le antepone este signo $\div$ y se suprime un medio: como $\div$ 3 . 5 . 7, se lee 3 *es á* 5 *es a* 7. La *proporcion geométrica continua* se le antepene este signo $\because$; como $\because$ 6 : 12 : 24, se leo 6 *es á* 12 *es a* 24.

301. P. Cómo se forma una *proporcion aritmética contínua?*

R. Se escriben dos números separados con un punto para que formen la primera razon; y si la razon escrita es de menor desigualdad, se resta el antecedente del consecuente; y esta resta se añade al consecuente, siendo la resta el tercer término de la proposicion. Si fuese de mayor desigualdad se restaria el consecuente del antecedente, esta resta se quitaria del consecuente.

Ejemplo: quiero formar una *proporcion aritmética continua*; escribiré dos números; sean 4 . 7; y como esta razon es de menor desigualdad, la resta 3 la añado al 7, y tendré 4. 7. 10. Si la razon fuese 5 . 3, la resta 2 la quitaria al 3, y tendria $\div$ 5 . 3 . 1.

302. P. Cuáles son las cualidades de la *proporcion aritmética?*

R. En toda *proporcion aritmética discreta* la suma de los estremos es igual á la suma de los medios; y en la *continua*, la suma de los estremos es igual al duplo del término *medio*.

En la proporcion $\div$5 . 7 : 4 . 6 tendremos que $5+6=7+4$.
En la proporcion $\div$4 . 7 . 10 tendrémos que $4+10=7+2$.

303. P. Cuantos casos pueden ocurrir en una *proporcion aritmética?*

R. Tres: dados dos medios y un estremo, hallar el otro estremo; dados dos estremos y un medio, hallar el otro medio; dados dos estremos hallar el término medio proporcional.

304. P. Cómo se halla un estremo en una *proporcion aritmética?*

R. Se suman los medios y de la suma se resta el estremo conocido.

Ejemplo: dada la proporcion 3 . 7 : 5, se hallaria el estremo que falta, sumando 7+5, y de la suma 12 restando 3, siendo el número 9 el estremo que se busca, y tendremos 3 . 7 . 5 . 9

305. P. Cómo se halla un medio en una *progresion arimética?*

R. Se suman los estremos, y de la suma se resta el medio conocido.

Ejemplo: en la proporcion 4 . 6 : x . 9, el medio que falta se halla sumando los estremos 4+9, y de la suma 13 restando el medio 6, siendo la resta 7 el medio que se busca, y tendremos 4 . 6 : 7 . 9.

306. P. Cómo se halla el medio *proporcional arimético?*

R. Se suman los estremos y de la suma se saca la mitad.

Ejemplo: en la proporcion 3 . 9 hallar el medio proporcional aritmético: se suman los números 3+9, y de la suma 12 se saca la mitad que es 6, y tendré ÷3 . 6 . 9

307. P. Cómo se forma una *proporcion geométrica discreta?*

R. Se escriben dos números separados con dos puntos para que formen la primera razon; en seguida cuatro puntos; y se pone por segunda razon lo que resulte de multiplicar ó dividir ámbos términos de la primera por un mismo número.

Ejemplo: escribiré dos números; sean 3 : 8, despues pondré cuatro puntos; multiplico el 3 por cualquier número, sea por 2, y tendré 6; multiplico el 8 por el mismo 2 y tendré 16; y la proporcion será 3 : 8 :: 6 : 16.

308. P. Cómo se forma una *proporcion geométrica contínua?*

R. Se escribe un número, á continuacion dos puntos; se pone por término medio lo que resulte de multiplicarlo por otro número; y por tercer término lo que resulte de multiplicar este producto por el mismo número que se multiplica el primero.

Ejemplo: quiero formar una *proporcion geométrica continua*; escribiré un número, sea 3; lo multiplicaré por un número cualquiera, sea 2, y tendré por término médio 6; y este producto 6 lo multiplico por el mismo 2, siendo el producto 12 el último término, y tendré ∺3 : 6 : 12.

309. P. Cuáles son las cualidades de la *proporcion geométrica?*

R. En toda proporcion geométrica *discreta* el producto de los estremos es igual al de los medios; y en la *continua*, el producto de los estremos es igual al cuadrado del término medio. En la proporcion 5 : 15 :: 4 : 12, tendrémos que $5 \times 12 = 15 \times 4$.

Ejemplo: la proporcion ∺8 : 4 : 2 tendrémos que $8 \times 2 = 4^2$.

310. P. Cuántos casos pueden ocurrir en una *proporcion geométrica?*

R. Tres: dados los medios y un estremo hallar el otro estremo; dados dos estremos y un medio hallar el otro medio; y dados dos estremos, hallar el término medio proporcional.

311. P. Cómo se halla un estremo de una proporcion geométrica *discreta?*

R. Se multiplican los medios y el producto se divide por el estremo conocido.

En la proporcion 4 : 9 :: 8, el estremo que falta se halla multiplicando 9×8, y el producto 72 dividiéndolo por 4; siendo el cuociente 18 el estremo que falta; y la proporcion será 4 : 9 :: 8 : 18.

312. P. Cómo se halla un medio en una proporcion geométrica *discreta?*

R. Se multiplican los estremos y el producto se divide por el medio conocido. En la proporcion 3 : 4 :: x : 8 el medio que falta se halla multiplicando 3×8, y el producto 24 dividiéndolo por 4; siendo el cuociente 6 el medio que falta; y la proporcion será: 3 : 4 :: 6 : 8.

313. P. Cómo se halla el medio proporcional *geométrico?*

R. Se multiplican los estremos, y del producto se estrae la raiz cuadrada.

En la proporcion ÷÷3 : x : 27, para hallar el medio proporcional geométrico entre estos dos números, se multican 3×27, y del 81 se estrae la raiz cuadrada, que es 9; y la proporcion será ÷÷3 : 9 : 27.

Se llaman trasformaciones los diferentes modos de presentar una misma proporcion, sin que mude de valor.

314. P. Cuáles son las trasformaciones?

R. Alternar, invertir, permutar, comparar componiendo y comparar dividiendo.

315. P. Qué es *alternar?*

R. Comparar antecedente con antecedente, y consecuente con consecuente; lo que se ejecuta mudando de lugar los medios.

Ejemplo: la proporcion 4 : 6 :: 2 : 3 quedará alternada poniendo el 2 en lugar del 6, y el 6 en lugar del 2, de este modo, 4 : 2 :: 6 : 3; es decir, comparando el antecedente 4 con el otro antecedente 2; y el consecuente 6 con el otro consecuente 3.

316. P. Qué es *invertir?*

R. Comparar consecuente con antecedente en cada razon; lo que se ejecuta poniendo los estremos por medios, y los medios por estremos.

Ejemplo: la proporcion 3 : 8 : : 12 : 32, quedará invertida poniendo los estremos 3 y 32 por medios; y los medios 8 y 12 por estremos, de este modo: 8 : 3 : : 32 : 12; es decir, comparando el consecuente 8 con el antecedente 3: y el consecuente 32 con el antecedente 12.

317. P. Qué es *permutar?*

R. Mudar de lugar las razones; lo que se ejecuta poniendo la primera por segunda y la segunda por primera.

Ejemplo: la proporcion 3 : 5 : : 9 : 15, quedará permutada poniendo la segunda 9 : 15 por primera; y la primera 3 : 5 por segunda, de este modo: 9 : 15 : : 3 : 6.

318. P. Qué es *comparar componiendo?*

R. Comparar la suma de antecedente y consecuente con cualquiera de los dos términos en ambas razones.

Ejemplo: Para comparar componiendo la proporcion 4 : 6 : : 12 : 18, sumo el antecedente 4+ el consecuente 6, y la suma 10 la comparo con el antecedente 4; sumo

12+18, y la suma 30 la comparo con el antecedente 12, y tendré 10 : 4 : : 30 : 12 ; ó comparándola con el consecuente, tendré 10 : 6 : : 30 : 18.

319. P. Qué es *comparar dividiendo ?*

R. Comparar la diferencia entre antecedente y consecuente con cualquiera de los dos términos en ambas razones.

Ejemplo : Para comparar dividiendo la proporcion 3007 ::60014, resto 3 de 7, y la resta 4 la comparo con el antecedente 3; resto 6 de 14, y la resta 8 la comparo con el antecedente 6, y tendremos 4 : 3 : : 8 : 6 ; ó comparándola con el consecuente, tendrémos 4 : 7 : : 8 : 14.

Veamos todas las transformaciones de la proporcion

	2 : 6 :: 4 : 12
Alternada............	2 : 4 :: 6 : 12
Invertida	6 : 2 :: 12 : 6
Permutada............	4 : 12 :: 2 : 6
Comparar componiendo	8 : 2 :: 16 : 4 ó 8 : 6 :: 16 : 11
Comparar dividiendo ..	4 : 2 :: 8 : 4 ó 4 : 6 :: 8 : 12

La regla de tres no es mas que una proporcion geométrica en que, dados dos medios y un estremo, se va á buscar el otro estremo.

320. Qué se entiende por *progresion* ?

R. Una serie de números continuos que guardan entre sí la misma razon.

La progresion es *aritmética* cuando los números están en razon aritmética ; y es *geométrica* cuando los números están en razon aritmética.

321. P. Qué nombre toman las progresiones ?

R. Progresion *ascendente*, cuando los números van siendo cada vez mayores ; y progresion *descendente*, cuando los números van siendo cada vez menores, como :

÷ 2, 4. 6. 8. 10. 12, etc. ; esta es una *progresion aritmética* porque los números están en razon aritmética ; y es *ascendente* porque los números van siendo cada vez mayores, y su esponente es 2.

∺ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64, etc. ; esta es una *progresion* *geométrica* porque los números están en razon *geométrica;* y es *ascendente* porque los números van siendo cada vez mayores, y su esponente es 2.

÷ 18. 15. 12. 9. 3. 1 ; es una progresion *aritmética descendente,* cuyo esponente es 3.

∺ 243 : 81 : 27 : 9 : 3 ; es una progresion *geométrica descendente,* cuyo esponente es 3.

322. P. Cuáles son las cualidades de la progresion *aritmética?*

R. En toda *progresion aritmética* el segundo término se compone del primero mas el esponente; el tercero se compone del segundo mas el esponente, ó del primero mas dos veces el esponente; el cuarto se compone del tercero mas el esponente, ó del primero mas tres veces el esponente; el quinto se compone del cuarto mas el esponente, ó del primero mas cuatro veces el esponente, etc.

323. P. Cuáles son las cualidades de la progresion *geométrica?*

R. En toda *progresion geométrica* el segundo término se compone del primero multiplicado por el esponente; el tercero se compone del segundo multiplicado por el esponente, ó del primero multiplicado por el cuadrado del esponente; el cuarto se compone del tercero multiplicado por el esponente, ó del primero multiplicado por el cubo del esponente; el quinto se compone del cuarto multiplicado por el esponente, ó del primero multiplicado por la cuarta potencia del esponente, etc., etc.

324. P. Dados el primer término y el esponente de una *progresion aritmética,* ¿cómo se halla otro término cualquiera?

R. Si es *ascendente,* se multiplica el esponente por el número que indica el término que se quiere buscar, ménos 1; y esto se añade al primer término; si fuese *descendente,* esto se restaria del primer término.

Ejemplo: Quiero hallar el tercer término de una progresion aritmética ascendente, cuyo primer término es 3, y el esponente es 2: como quiero hallar el tercer término, multiplico el esponente 2 por 3—1, que es 2, y el producto 4 lo añade al primer término 3, porque la progresion es *ascendente*, siendo la suma 7 el tercer término que se busca.

Ejemplo: Quiero hallar el cuarto término de una progresion aritmética descendente cuyo primer término es 15, y el esponente es 3: como quiero hallar el cuarto término, multiplico el esponente 3 por 4—1, que son 3, y el producto 9 lo resto del primer término 15, porque la progresion es *descendente*, siendo la resta 6 el cuarto término que se busca.

325. P. *Cómo se suman los términos de una progresion aritmética?*

R. Se suma el primer término con el último; y esta suma se multiplica por la mitad del número de términos que tenga.

Ejemplo: Quiero sumar los términos de la progresion 3. 5. 7. 9. 11. 13; sumo el primer término 3 con el último 13, y la suma 16 la multiplico por 3, porque hay 6 términos, y la mitad de 6 es 3, siendo el producto 48 la suma de todos los términos, ó la suma de la progresion.

Teorema 1.—En toda progresion aritmética, la diferencia de los estremos, dividida por el esponente, da un cuociente que si se le añade 1, la suma es igual al número de sus términos.

Ejemplo: 2. 4. 6. 8. 10; la diferencia de los estremos 2 y 10 es 8; y 8, dividido por el esponente 2, da de cuociente 4; y este 4+1=5, que es el número de términos.

Teorema 2.—En toda progresion aritmética la diferencia de los estremos dividida por el número de términos, ménos 1, dá de cuociente el esponente.

Ejemplo: 3. 5. 7. 9. 11; la diferencia entre los estremss 3 y 11 es 8, y este 8 dividido por el número de términos 5—1, que son 4, dá de cuociente 2, que es el esponente.

Teorema 3.—Cuando una progresion aritmética consta de un número impar de términos, el término del medio, multiplicado por el número de términos, dá un producto igual á la suma de los términos.

Ejemplo 3. 6. (9.) 12. 15; el término del medio 9, multiplicado por 5, el número de términos, da 45, que es la suma de los términos.

Teorema 4.—Cuando los términos de una progresion aritmética, siendo el primer término 1, son impares, el cuadrado del número de términos es igual á su suma.

Ejemplo: 1, 3. 5. 7. 9. 11; el número de términos es 6, luego el cuadrado de 6, que son 36, es la suma de los términos.

Teorema 5.—Cuando los términos de una progresion aritmética, siendo el primer término 2, son pares, el número de términos multiplicado por el número de términos mas 1, da un producto igual á su suma.

Ejemplo: 2. 4. 6. 8. 10; el número de términos 5 multiplicado por 5+1, que son 6, da el producto 30, que es la suma.

Teorema 6.—En toda progresion aritmética la suma de todos los términos dividida por el número de términos, da de cuociente la mitad de la suma de los estremos; y la mitad del esponente multiplicado por el número de términos, ménos 1, da un producto igual á la mitad de la diferencia de los estremos.

Ejemplo: 2. 4. 6. 8. 10. 12; la suma de los términos es 42, dividida por 6, el número de términos, da 7 de cuociente, que es la mitad de la suma de los estremos $2+12=14$; la mitad del esponente 2, que es 1, multiplicado por el número de términos 6, menos 1, que son 5, da de producto 5, que es la mitad de la diferencia de los estremos $12-2=10$.

Problema: Un hombre viaja 6 dias, y cada dia anda 4 millas mas; el último dia anduvo 40 millas, ¿cuántas anduvo el primero? Esta es una progresion aritmética cuyo esponente es 4, el primer término es 40, y se quiere buscar el sesto término. Como se dijo en la pregunta 324, se multiplica el esponente 4 por 5, y el producto 20 se resta del primer término 40, siendo la resta 20 millas lo que anduvo el primer dia y la progresion será:

20. 24. 28. 32. 36. 40.

Problema: Un hombre en un viaje anduvo 12 millas el primer dia, y cada dia siguiente andaba 4 millas mas, hasta que al fin anduvo 64 millas en un dia ¿cuántos dias anduvo? Esta es una progresion aritmética en que se dan conocidos los estremos, y el esponente; y se quiere buscar el número de sus términos: segun se dijo en el primer teorema, se divide la diferencia de los extremos 64–12 que son 52, por el esponente 4, y al cuociente 13 se añade 1; siendo la suma 14 los dias que anduvo, y la progresion será:

12. 16. 20. 24. 28. 32. 36. 40. 44. 48. 52. 56. 60. 64.

Problema. Un hombre tenia 12 hijos, cuyas edades estaban en progresion aritmética; el menor de todos tenia 2 años y el mayor 35 años: cuál era la diferencia comun de sus edades; es decir, el esponente de la progresion? Esta es una progresion aritmética en que conocidos los estremos y el número de términos, se va á buscar el esponente: segun se dijo en el segundo teorema, se divide la diferencia de los extremos, 35—2 que son 33, por el número de términos 12—1, que son 11, siendo el cuociente 3 la diferencia de la edad de cada uno; esto es, el esponente de la progresion.

Problema. Una persona completó su viaje en 13 dias. El número de millas que andaba cada dia estaba en progresion aritmética; el sétimo dia anduvo 22 millas; cuántas millas anduvo en los 13 dias? Esta es una progresion aritmética en que conocidos el término del medio, y el número de ellos, se va á buscar el último estremo; segun se dijo en el tercer teorema, se multiplica el término del medio 22, por el número de términos 13, siendo el producto 286 la millas que anduvo en su viaje.

Problema. Doce personas dieron limosna á un pobre; la primera le dió 1 real, la segunda 3 reales, la tercera 5 reales; esto es; cada una le daba 2 reales mas; ¿cuántos reales le dieron al pobre entre todos? Esta es una progresion aritmética, cuyos términos son impares, siendo el primero 1, y en que conocido el número de sus términos se va á buscar su suma: segun se dijo en el teorema 4, se cuadra el número de terminos 12, y el cuadrado 144 son los reales que dieron todos al pobre.

Problema. Un comerciante recibió $300 en doce pagos diferentes, cada pago era de $4 mas que el anterior; ¿de cuánto fueron el primero y el último pago? Esta es una progresion aritmética en que conocidas las sumas de los términos y su esponente se va á buscar los estremos: segun se dijo en el teorema 6, divido la suma de los términos 300. por el número de términos 12, y el cuociente 25 es la mitad de la suma de los estremos; luego multiplico el esponente 4 por el número de términos 12—1, que son 11, y el producto 44 lo divido por 2; siendo el cuociente 22 la mitad de la diferencia de los estremos; si 25 es la mitad de la suma de los extremos, y 22 la mitad de su diferencia, el último estremo será 25+22, que son 47; esto es, $47 fué el último pago; y para hallar el primero resto 25—22, indicando la resta que el primer pago fueron $3.

326. P. Dados el primer término y el esponente de una progresion geométrica, cómo se halla un término cualquiera?

R. Si es ascendente se eleva el esponente á la potencia que indica el término que se quiere buscar menos 1; y esto se multiplica por el primer término; si es descendente el primer término se divide por esto.

Ejemplo: quiero hallar el cuarto término de una progresion geométrica ascendente, cuyo primer término es 3 y su esponente es 2: como quiero hallar el cuarto término, elevaré el esponente 2 al cubo que son 8, y multiplico este 8 por el primer término 3, siendo el producto 24 el cuarto término que se busca, porque la progresion es *ascendente.*

Ejemplo: quiero hallar el quinto término de una progresion geométrica descendente, cuyo primer término es 486 y su esponente es 3; como quiero hallar el quinto término, elevo el esponente 3 á la cuarta potencia, que es 81; y como es *descendente*, divido el término 486 por 81, siendo el cuociente 6 el quinto término que se busca.

Encima dé la progresion geométrica se acostumbra poner los números 1, 2, 3, 4, etc., para demostrar la distancia que hay de cada término al primero; y en este caso dichos números se llaman *índices ó esponentes*, como:

1. 2. 3. 4. 5 —esponentes.
2: 4: 8: 16: 32 —progresion.

327. P. Cómo se suman los términos de una progresion *geométrica?*

R. Se multiplica el último término por el esponente; de este producto se resta el primer término, y esta resta se divide por el esponente ménos 1.

Ejemplo: 3 : 9 : 27 : 81; para sumar los términos de esta progresion se multiplica el último término 81 por el esponente 3; del producto 243 se resta el primer término 3, y la resta 240 se divide por el esponente 3—1 que son 2, siendo el cuociente 120 la suma de sus términos.

Teorema 1.—En toda progresion geométrica que conste de un número impar de términos, el cuadrado del término médio es igual al producto de los estremos, ó al producto de dos términos cualesquiera, que estén á igual distancia de dicho término del medio.

Ejemplo: en la progresion 2 : 4 : (8) : 16 : 32; el cuadrado del medio 8, que es 64, es igual al producto de 2×32, que son 64; ó al producto de 4×16, que son 64.

Teorema 2.—En toda progresion geométrica que conste de un número par de términos, el producto de los estremos es igual al producto de los dos términos del medio, ó al producto de dos términos cualesquiera, que estén á igual distancia de los estremos.

Ejemplo: en la progresion 2 : 4 : (8 : 16) : 32 : 64; el producto de los estremos 2×64, es igual al producto de los dos medios 8×16.

Teorema 3.—En toda progresion geométrica, cuyo primer término es 1, si se cuadra cualquier término produce un término de un índice ó esponente doble; y si se multiplican dos ó mas términos entre sí, producen un término cuyo esponente es la suma de los esponentes de los números que se multiplicaron.

Ejemplo: en la progresion

0. 1. 2. 3. 4
1: 2: 4: 8: 16

si se cuadra el 4, da el término 16, cuyo esponente 4 es doble del esponente del 4, que es 2.

Si multiplico 2×4 el producto 8 tiene por esponente la suma del esponente del 2, que es 1, + el esponente de 4 que es 2.

Teorema 4.—En toda progresion geométrica, el cuociente de dividir el término mayor por el menor, es igual á la quinta potencia de la razon cuyo esponente es el número de términos ménos 1.

Ejemplo: En la progresion 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96, el cuociente de dividir el 96 por 3, que son 32, es igual á la quinta potencia del esponente 2 que es 32: es igual á la quinta potencia, porque hay 6 términos y menos 1 son 5.

Teorema 5.—En toda progresion geométrica la diferencia de los estremos, dividida por el esponente ménos 1, da de cuociente la suma de todos los términos excepto el mayor.

Ejemplo: en la progresion 3 : 9 : 27 : 81 : 243, la diferencia de 243—3 que son 240, dividida por el esponente 3—1, que son 2, da de cuociente 120, que es la suma de los términos 3+9+27+81.

Problema. Un padre tenia 9 hijos á quienes dejó sus bienes, divididos en progresion geométrica, siendo el esponente ó razon 3; al menor de ellos tocaron únicamente $ 50; cuánto tocó al mayor de todos? Esta es una progresion geométrica en que, conocidos el primer término 50, y el esponente 3, se va á buscar el noveno término: segun se dijo en la pregunta (326), elevo el esponente 3 á la octava potencia, que es 9—1, y el resultado 6561 lo multiplico por el primer término 50; siendo el producto $328050 lo que tocó al hijo mayor.

Problema. Una suma de dinero se dividió entre 10 personas, estando las partes en progresion geométrica, y siendo 3 el esponente ó razon comun; á la primera persona tocaron $4, ¿cuánto tocó á la décima persona? Esta es una progresion geométrica en que, conocidos el número de términos y el esponente, se va á buscar el décimo término: buscaré el quinto término elevando el esponente 3 á la cuarta potencia, y multiplicando lo que resulte por el primer término 4, segun se dijo en la pregunta 326; siendo el producto 324 el quinto término; buscaré ahora el noveno término, cuadrando el 324 que es el término del medio (segun se dijo en el Teorema 1), siendo el cuadrado 26244 el noveno término; para hallar el décimo, multiplico el noveno término 26244 por el exponente 3 (por las cualidades de la progresion geométrica, pregunta 323), siendo el producto $78732 lo que tocó al décimo.

Problema. Un comerciante compró 14 pipas de rom; la primera por 1 real, la segunda por 2 reales, etc.; en cada una doblando el precio, con la condicion de pagar por todas el precio de la última, ¿cuánto tuvo que pagar? Esta es una progresion geométrica, cuyo primer término es 1, su esponente es 2; y se quiere averiguar el décimo cuarto término: elevo el exponente 2 á la décima tercia potencia, y esto lo multiplico por el primer término 1, segun se dijo en la pregunta 326; y tendré $(2)^{13}=8192$, que multiplicado por el primer término 1, da el mismo número por producto; es decir, que la última pipa de rom le costó 8192 reales ó sean $1024; mas como convino en pagar por todas las pipas el precio de la última, todas le constaron $1024.

Problema. Un hombre compró varias áreas de terreno, cuyos precios estaban en progresion geométrica; siendo el esponente 3: el precio de la primera fueron 3 reales, y el de la última 59049 reales, ¿cuántas áreas de terreno compró? Esta es una progresion geométrica en que, conocidos los extremos y el exponente, se va á buscar el número de sus términos, segun se dijo en el Teorema 4; se divide el término mayor 59049 por el menor 3, y se busca qué potencia del esponente 3 es igual al cuociente 19683, y al esponente de esta potencia se añade 1, siendo la suma el número de términos: la novena potencia de 3 es 19683, igual al cuociente 19683; y al esponente de la novena potencia, que es 9, se añade 1, siendo la suma 10 el número de áreas que compró.

Problema. Un hombre que casó su hija el dia 1º de Enero, dió á su marido á cuenta de su dote $4, prometiendo triplicarle la suma el 1º de cada mes por espacio de 9 meses; la suma que le entregó el primero del noveno mes fueron $26244, ¿ cuánto fué la dote de la jóven ? Esta es una progresion geométrica, en que, conocidos los estremos y el esponente, se va á buscar su suma; segun se dijo en el Teorema 5, divido la diferencia de los estremos 26244—4, y la resta 26240 la divido por el esponente 3—1 que son 2, siendo el cuociente 13120 la suma de todos los términos ménos el mayor 26244; y sumando la suma de todos 13120 con el mayor 26244, la suma $39364, indica la suma de todos los términos, ó sea la dote de dicha jóven.

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL.

¿ Qué se entiende por sistema métrico decimal ?

Es un sistema ó conjunto de pesas y medidas que tienen todas por base el metro.

¿ Qué es el metro ?

El metro es una medida igual á la diezmillonésima parte de un cuadrante de meridiano.

Esto quiere decir, que averiguada la distancia que hay del ecuador al polo, y dividida ésta en diez millones de partes iguales, cada una de estas partes es lo que se llama *metro* (de la palabra griega *metron*, que significa medida).

¿ Cuántas clases de unidades hay en este sistema ?

En este, como en cualquier otro sistema de pesas y medidas, hay cinco clases de unidades, que son: el *metro*, unidad que sirve para medir la lonjitud; el *metro cúbico*, unidad que sirve para medir la solidez ó volúmen; el área, unidad que sirve para medir la superficie; el *kilógramo*, unidad que sirve para las medidas ponderales; el *litro*, unidad que sirve para las medidas de capacidad y arqueo, áridas y líquidas.

¿ Qué es el metro cúbico ?

El metro cúbico es un cubo que tiene por lado un metro, ó sea, un metro de largo, un metro de ancho y un metro de alto.

¿Qué es el área?

El área es un cuadrado que tiene por lado diez metros, cuya superficie, por lo tanto, consta de cien metros cuadrados.

¿Qué es el kilógramo?

El kilógramo es el peso del agua destilada, á la temperatura de cuatro grados centígrados que cabe en un cubo que tiene por lado un decímetro, ó sea la décima parte del metro.

¿Qué es el litro?

El litro es la cantidad de líquido ó grano que cabe en un cubo que tiene por lado un decímetro.

Los múltiplos se forman anteponiendo las siguientes palabras: *deca*, que quiere decir *diez*; *hecto*, ó *hecta*, que quiere decir *ciento*; *kilo*, que quiere decir *mil*; *miria*, que quiere decir *diezmil*. De modo que un *decámetro* quiere decir *diez metros*; un *hectámetro* quiere decir *cien metros*, etc., etc.

MÚLTIPLOS

Del metro.........	Decámetro.........	10	metros.
	Hectómetro.......	100	"
	Kilómetro.......	1000	"
	Miriámetro.....	10000	"
Del área...........	Hectárea.........	100	áreas.
Del kilógramo......	Miriágramo.......	10	kilógramos.
Del litro...........	Decálitro.........	10	litros.
	Hectólitro.......	100	"
	Kilólitro.......	1000	"

Los submúltiplos ó divisores se forman anteponiendo las palabras siguientes: *deci*, que quiere decir *décima parte*; *centi*, que quiere decir *centésima parte*; *mili*, que quiere decir *milésima parte*.

De modo que un *decímetro* quiere decir la *décima* parte de un metro; un *centímetro* quiere decir la *centésima* parte de un metro, etc., etc.

SUBMÚLTIPLOS

Del metro....	Decímetro......	Décima parte del metro.
	Centímetro.....	Centésima parte del id.
	Milímetro......	Milésima parte del id.
Del kilógramo.	Hectógramo.	Décima parte del kilógramo.
	Decágramo..	Centésima parte del id.
	Gramo...	Milésima parte del id.
	Decígramo..	Diezmilésima parte del id.
	Centígramo.	Cienmilésima parte del id.
	Milígramo..	Milmilésima parte del id.
Del litro.....	Decílitro...	Décima parte del litro
	Centílitro..	Centésima parte del id.
	Milílitro...	Milésima parte del id.
Del área......	Centiárea..	Centésima parte del área, ó sea un metro cuadrado.

La *decárea* y la *kiloárea* no son múltiplos del área por la razon siguiente: la decárea quiere decir 10 áreas, y con 10 áreas no se puede formar un cuadrado perfecto, porque el número 10 no tiene raíz cuadrada exacta. La kiloárea quiere decir 1000 áreas, y con mil áreas no se puede formar un cuadrado perfecto, por la misma razon de que el número 1000 no tiene raiz cuadrada exacta; y siendo el área un cuadrado, sus múltiplos, y submúltiplos deben expresarse en cuadrados.

La *miriárea* es múltiplo del área; pero no se usa á causa de ser tan extensa, pues contiene un millon de metros cuadrados!

El kilógramo tiene por múltiplo el miriágramo; pero no se usa en España. Tiene ademas, el quintal métrico, que vale cien mil gramos, y la tonelada de peso ó de mar, que vale un millon de gramos.

El milílitro es submúltiplo del litro; pero no se usa á causa de ser sumamente pequeño.

La unidad verdadera para las medidas ponderales es el gramo; mas por ser algo pequeño se ha tomado por unidad el kilógramo, que quiere decir mil gramos; y por eso es que el hectógramo, decágramo, gramo, etc., etc., son submúltiplos.

La deciárea no es submúltiplo del área por la razon siguiente: la deciárea quiere decir la décima parte del área que, como tiene esta 100 metros cuadrados, la décima parte son 10 metros cuadrados, y con diez metros no se puede formar un cuadro perfecto, porque el número 10 no tiene raíz cuadrada exacta. Ni puede expresarse el lado de dicho cuadrado en submúltiplos del metro, pues el número que no tiene raíz cuadrada exacta en enteros no la tiene en fraccion alguna.

¿ Cómo se escriben las unidades del sistema métrico ?

Lo mismo que las decimales, esto es, separando con una coma los múltiplos de los submúltiplos, ó sea, las unidades superiores de las inferiores. Advirtiendo que la unidad superior es siempre la que primero se expresa.

Ejemplo: si quiero escribir veinte y cuatro decámetros, ocho métros y cinco decímetros, tomando los decámetros como unidad superior, escribiré 24 y despues una coma. Un métro respecto de un decámetro es igual á una décima, luego escribiré ocho décimas y tendré 24,8, y un decímetro respecto de un decámetro es igual á una centésima, pues agregaré cinco centésimas y tendré 24,85 decámetros, que es lo mismo que 24 decámetros, 8 metros y 5 decímetros.

Las unidades del sistema métrico son susceptibles de formar combinaciones lo mismo que las demas unidades.

Se suman, se restan, se multiplican y se dividen, ó se parten; ejecutando todas estas operaciones como en decimales.

Ejemplo: quiero sumar 18 decámetros 5 métros; con 25 decámetros, 8 decímetros, 5 centímetros; con 28 decámetros, 2 decímetros. Plantearé la operacion del modo siguiente:

18,5	decámetros
25,085	,,
28,02	
71,605	decámetros.

Sumando como los decimales, tendré que la suma es igual á *setenta y un decámetros, seis métros y cinco centímetros.*

Ejemplo: de 85 kilógramos, 4 hectógramos, 5 decágramos, 6 gramos, quiero quitar 18 kilógramos, 3 hectógramos, 4 decágramos, 2 gramos. Plantearé la operacion del modo siguiente:

$$\begin{array}{rl} 85{,}456 & \text{kilógramos.} \\ -18{,}342 & \text{,,} \\ \hline =67{,}114 & \text{kilógramos.} \end{array}$$

Restando como las decimales, tendré que la resta es igual á *sesenta y siete kilógramos, un hectógramo, un decámetro y cuatro gramos.*

Ejemplo: ¿cuánto valen 18 métros, 5 decímetros de paño á \$4 el métro? Plantearé la operacion del modo siguiente:

$$\begin{array}{r} 18{,}5 \\ \times 4 \\ \hline =74{,}0 \end{array}$$

Multiplicando como las decimales, tendré que el producto, esto es, lo que valen los métros y decímetros de paño, es igual á \$74.

Ejemplo: compré 24 métros, 5 decímetros, 6 centímetros de paño por \$147, 36, ¿cuánto me costó el metro?

$$\begin{array}{r|l} 147{,}36 & 24{,}56 \\ \cline{2-2} 00\,00 & \$6. \end{array}$$

Dividiendo como decimales, tendré que el metro me costó \$6.

PROBLEMAS.

1º Cuánto valen 24 metros, 8 decímetros de paño á \$5 el metro?

$$\text{Resolucion}\left\{\begin{array}{r} 24{,}8 \\ \times 5 \\ \hline 124{,}0 \end{array}\right.$$

Valen \$124

1º Cuánto valen 5 kilógramos, 7 gramos, 8 decígramos de plomo á 2 reales el kilógramo?

$$\text{Resolucion}\left\{\begin{array}{r} 5,0078 \\ \times 0,25 \\ \hline 250390 \\ 100156 \\ \hline 1,251950 \end{array}\right.$$

Valen $,125.

3º Cuánto valen 10 áreas, 20 centiáreas de terreno á $ 8 el area?

$$\text{Resolucion}\left\{\begin{array}{r} 10,20 \\ \times 8 \\ \hline 81,60 \end{array}\right.$$

Valen $ 81,60.

4º Cuál es el volúmen ó capacidad de un estanque que tiene 20 metros de longitud ó largo, 15 metros de ancho y 10 metros de profundidad?

Resolucion $= 20 \times 15 \times 10 = 3000$.

Tiene de capacidad 3000 metros cúbicos.

5º Cual es la superficie de un cuadrilongo de terreno llano, que tiene 50 metros de largo y 35 metros de ancho?

Resolucion $= 50 \times 35 = 1750$ metros cuadrados.

Tiene de superficie 17 áreas y media, ó sean 1750 metros cuadrados.

6º Compré 20 decámetros, 8 metros y 6 decímetros de paño por $1668,8, ¿ cuánto me costó el metro?

$$\text{Resolucion}\left\{\begin{array}{r|l} 1668,8 & 208,6 \\ \cline{2-2} 000\ 0 & 8 \\ & \end{array}\right.$$

Costó el metro $8.

En este problema, como hay decámetros, y lo que se quiere averiguar es el valor de un metro, debe tomarse por unidad superior el metro; esto es, la coma se pondrá despues de los metros.

TABLA *de las Medidas españolas y su Correspondencia con las del Sistema Métrico Decimal.*

MEDIDAS DE LONJITUD.

Legua....................	5,572705	kilómetros.
Vara	0,835905	metros.
Pié.......................	2,786352	decímetros.
Pulgada	2,32196	centímetros.
Línea	1,93496	milímetros.

PESAS.

Quintal....................	46,0093	kilógramos.
Arroba	11,502325	"
Libra......................	0,460093	"
Onza.......................	28,755813	gramos.
Adarme	1,797238	"
Tomin	0,599079	"
Grano.....................	0,049923	"

MEDIDAS DE SUPERFICIE.

Fanega de tierra.........	64,39573	áreas.
Aranzada..................	44,71925	"
Estadal cuadrada........	11,17981	centiáreas.
Vara cuadrada	0,69873	"
Pié cuadrado............	0,07763	"

MEDIDAS DE CAPACIDAD.

Para áridos.

Fanega de grano..........	5,558	decálitros.
Celemin	4,631	litros.
Cuartillo..................	1,157	"

Para líquidos.

Cántara ó arroba.........	16,136	litros.
Azumbre	2,017	"
Cuartillo	0,504	"

MEDIDAS DE SOLIDEZ.

Vara cúbica..........	0,584079	metros cúbicos.
Pié cúbico	0,216325	decímetros cúbicos.

Tabla *de las Medidas del Sistema Métrico Decimal y su Correspondencia con las Españolas:*

MEDIDAS DE LONJITUD.

Miriámetro............	1,79446	leguas.
Kilómetro	1196,3072	varas.
Hectómetro	119,63072	"
Decámetro	11,9630	"
Metro	1,1963	"
Decímetro.............	4,3067	pulgadas.
Centímetro	5,168047	líneas.
Milímetro.............	0,516804	„

MEDIDAS DE SUPERFICIE.

Hectárea.............	1,552898	fanegas de tierra.
Area	143,115091	varas cuadradas.
Centiárea............	12,880358	piés cuadrados.

MEDIDAS DE CAPACIDAD Y ARQUEO.

	Para áridos.		*Para líquidos.*	
Kilólitro........	17,9908	fanegas.	61,97019	cántaros.
Hectólitro.......	1,799	„	6,19701	„
Decálitro........	2,1589	celemines.	4,95761	azumbres
Litro	3,4542	ochavos	1,98304	cuartillos
Decílitro........	1,3817	ochavillos	0,79321	copas.

MEDIDAS DE SOLIDEZ.

Metro cúbico.............	1,71209	varas cúbicas.
Decímetro cúbico........	4,62265	piés cúbcos.

MEDIDAS PONDERALES O DE PESO.

Tonelada de peso ó de mar..	21,7347	quintales.
Quintal métrico	8,6938	arrobas.
Kilógramo................	2,1734	libras.

Hectógramo..........	3,4775 onzas.
Decágramo............	5,5640 adarmes.
Gramo...............	20,0307 granos.
Decígramo...........	2,0030 „
Centígramo..........	0,2003 „
Milígramo	0,02003 „

SUPLEMENTO.

No es lo mismo un decímetro cuadrado que la décima parte del metro cuadrado; pues un decímetro cuadrado quiere decir un cuadrado que tiene por lado un decímetro; miéntras que la décima parte de un metro cuadrado son *diez* decímetros cuadrados, porque un metro cuadrado tiene *cien* decímetros cuadrados, y la décima parte de ciento son 10. Lo mismo debe entenderse en cuanto al centímetro; pues un centímetro cuadrado es un cuadrado que tiene un centímetro por lado, y la centésima parte de un metro cuadrado son *cien* centímetros cuadrados; porque el metro cuadrado tiene *diez mil* centímetros cuadrados, y la centésima de diez mil son 100.

Tampoco es lo mismo un decímetro cúbico que la décima parte del metro cúbico; pues un decímetro cúbico quiere decir un cubo que tiene por lado un decímetro; miéntras que la décima parte de un metro cúbico son *cien* decímetros cúbicos; pues el metro cúbico tiene *mil* decímetros cúbicos, y la décima de mil son 100. Debe entenderse lo mismo con respecto al centímetro; pues un centímetro cúbico quiere decir un cubo que tiene por lado un centímetro, y la centésima parte del metro cúbico son *diezmil* centímetros cúbicos, porque el metro cúbico tiene un *millon* de centímetros cúbicos, y la centésima parte de un millon son 10000.

El metro cuadrado tiene	100	decímetros cuadrados	
	10,000	centímetros	„
	1.000,000	milímetros	„
El metro cúbico tiene	1,000	decímetros cúbicos.	
	1.000,000	centímetros	„
	1.000,000.000	milímetros	„

FIN.

INDICE.